

Anat.

427

$n(1,1)$

Anat. 427 n-1,1.

Anat. 427 n-1,1

R

<36603818320015

<36603818320015

Bayer. Staatsbibliothek

F, E, B

B E I T R Ä G E
zur
A u f k l ä r u n g
der
Erscheinungen und Gesetze
des
organischen Lebens.

Von
Gottfried Reinhold Treviranus.

ERSTEN BANDES ERSTES HEFT.

Ueber
die blättrige Textur der Crystalllinse des Auges als Grund
des Vermögens, einerlei Gegenstand in verschiedener
Entfernung deutlich zu sehen, und über den
innern Bau der Retina.

BREMEN. 1835.

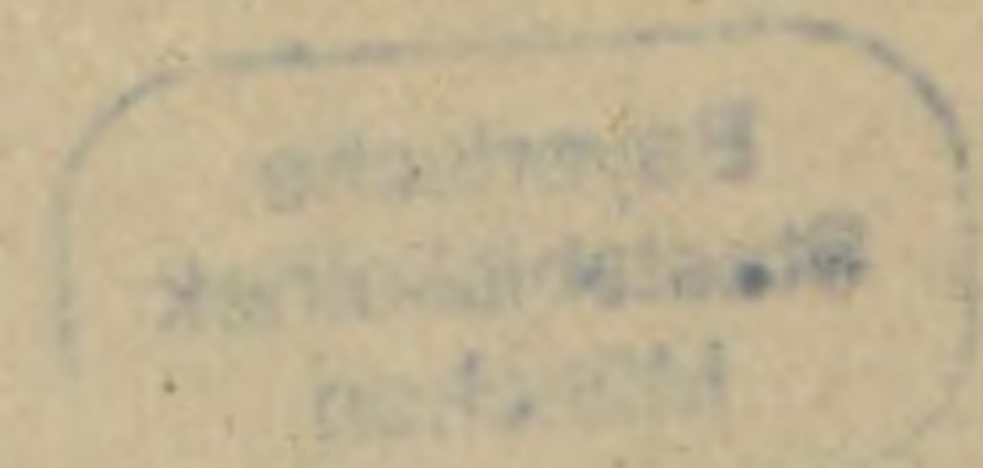
Druck und Verlag von Johann Georg Heyse.

Ueber
die blättrige Textur
der
Crystalllinse des Auges
als Grund des Vermögens,
einerlei Gegenstand in verschiedener Entfernung
deutlich zu sehen,
und
über den innern Bau der Retina.

Von
Gottfried Reinhold Treviranus.

BREMEN. 1835.

Druck und Verlag von Johann Georg Heyse.



Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorerinnerungen.

Die Frage, auf welcher Einrichtung des Auges das Vermögen desselben beruhet, einerlei Gegenstand in verschiedener Entfernung ohne merklichen Unterschied in der Deutlichkeit, und selbst noch in weiter Ferne scharf begränzt zu sehen, war seit Kepler's Zeit eine Aufgabe, worüber viel gemeinet, mancher Versuch angestellt, aber nie etwas Gewisses ausgemacht wurde. Seit ich mit der Physiologie der Sehwerkzeuge vertrauter geworden war, erschien mir Alles unbefriedigend, was man bisher über den Grund dieses Vermögens gemuthmaafst hatte; hingegen wurde mir immer wahrscheinlicher, dafs derselbe in der blättrigen Textur der Crystalllinse zu finden seyn müfse. Die Wirkung, die dieser Bau auf die Bahn der Lichtstrahlen bei ihrem Durchgange durch die Linse haben könnte, hatte noch Niemand als Porterfield erwogen, welcher vermuthete, sie diene zur Verbesserung der, von der Kugelgestalt

des brechenden Mediums entstehenden Abweichung der Strahlen*). Im ersten Heft meiner Beiträge zur Anatomie und Physiologie der Sinneswerkzeuge theilte ich Untersuchungen über diese Wirkung mit, die zu dem Schluss führten, daß allerdings bloß darin das gedachte Vermögen begründet seyn müsse. Ich war indess damals noch nicht im Stande, diesen Satz durch Beweise zu unterstützen, welche die volle Evidenz geometrischer Wahrheiten hatten, und hielt die Probleme, die aufzulösen waren, wenn diese Evidenz erreicht werden sollte, für so schwer, daß ich mich nicht an die Lösung derselben wagen mochte. Allein der Drang, mir Gewißheit zu verschaffen, nöthigte mich, jene

*) Arnold sagt in seinen Anatomisch-physiologischen Untersuchungen über das Auge des Menschen u. s. w. S. 133: „Camper hat dieselbe Meinung gegeben, welche neuerdings auch von Treviranus und Pouillet ausgesprochen wurde, daß nämlich bei der Zusammensetzung der Linse aus Schichten, von gegen das Centrum hin zunehmender Dichtigkeit und Krümmung, Deutlichkeit des Sehens bei sehr verschiedenen Entfernungen des Objects vom Auge möglich ist.“ Ob und wo Pouillet dies gesagt hat, weiß ich nicht. Wohl aber weiß ich, daß in den beiden Abhandlungen von Camper *De visu* und *De quibusdam oculi partibus*, (in Haller's Disputat. anat. select. Vol. IV. p. 225. 261.) den einzigen Schriften dieses Anatomen, die das Sehen betreffen, nicht ein Wort von dem Einfluss der blättrigen Textur der Linse auf die Strahlenbrechungen im Auge vorkommt, daß aber in der zweiten jener Abhandlungen anatomische Beobachtungen über diesen Bau enthalten sind, die Herrn Prof. Arnold aufgefallen seyn würden und die er gewiß für sein Werk benutzt hätte, wenn ihm jene Schriften bekannt gewesen wären.

Aufgaben immer vor Augen zu behalten. Endlich gelang es mir auch, Mittel zur Entwirrung der Knoten zu finden, die mir noch vor einigen Jahren unauflöslich zu seyn schienen. Ich fand jetzt meine frühere Meinung bestätigt, aber zugleich, dafs es mit dem Sehen von mehreren Seiten noch anders zugeht, als man bisher geglaubt hat. Die Resultate meiner Berechnungen geben über so manche Punkte Aufschluß, dafs ich mich rühmen zu dürfen glaube, die Theorie des Sehens um einen Schritt weiter gefördert zu haben. Bei dem Vortrag dieser Sätze habe ich gesucht, Jedem verständlich zu seyn, dem die Elemente der Analysis und Optik bekannt sind. Auch bei dieser Einkleidung werde ich zwar von Wenigen gelesen und verstanden werden. Die Anatomen und Physiologen sind in der Regel sehr schlechte Mathematiker, und die Mathematiker haben meist sehr oberflächliche Kenntnisse in der Anatomie des Auges, besonders des thierischen. Die Einen und die Andern werden vielleicht noch lange fortfahren, das Auge für eine Camera obscura anzusehen, deren Gläser sich vorwärts und rückwärts schieben, oder flacher und convexer machen lassen. Aber die Wahrheit wird doch endlich ihre Rechte behaupten.

Ich erinnere übrigens noch, daß diese Schrift das erste Heft einer Sammlung von Abhandlungen ausmacht, deren jede zwar ein für sich Bestehendes seyn wird, die man aber auch zusammen als eine Fortsetzung des von mir unter dem Titel: „Die Erscheinungen und Gesetze des organischen Lebens“ herausgegebenen Werks wird ansehen können, indem sie ausführliche Bemerkungen über Gegenstände enthalten werden, die ich dort nur berühren konnte, oder worüber ich erhebliche Resultate neuerer, von mir darüber angestellter Untersuchungen mittheilen kann.

Bremen. Im Juny 1835.

I.

Allgemeine Untersuchungen

über die Bahn des Lichts in kugelförmigen Körpern, die aus Schichten von zunehmender Dichtigkeit bestehen.

1. In Fig. 1 ist ANQ der Durchschnitt einer durchsichtigen Halbkugel, die aus einer unbestimmten Zahl von Schichten $A m$, $m n$, $n o$ u. s. w. besteht. Ich werde künftig einen solchen Körper im Gegensatze gegen den, der allenthalben einerlei Dichtigkeit hat, einen geschichteten nennen. Die Schichten haben mit der Halbkugel einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt M . Die Dichtigkeit und strahlenbrechende Kraft derselben nimmt von Aussen nach Innen in immer gleichem Verhältniss zu. Der Durchschnitt der Hemisphäre wird durch den, auf der Axe AQ in M senkrecht stehenden Halbmesser MN in die beiden Quadranten MAN , MQN getheilt. In der verlängerten Axe PQ ist P ein strahlender Punkt, von welchem der Strahl PB ausgeht. Dieser kömmt hier aus einer positiven Entfernung MP , und nimmt bei seinem Durchgange durch die Halbkugel den Weg $BCDEFGHI$. Er kann auch so auffallen, dass die Entfernung MP negativ ist, wie in Fig. 2. Wir werden zuerst seine Bahn bei $+MP$ untersuchen.

2. Man ziehe nach den Puncten B, C, D u. s. w. (Fig. 1), in welchen der Umfang jeder Schichte von dem Strahl P B bei seinem ersten Einfall und nach seinen Brechungen getroffen wird, die Halbmesser M B, M C, M D u. s. w. und setze den Winkel B P A, den der Strahl mit der verlängerten Axe A P macht, $= \varphi$; die Entfernung P M des strahlenden Puncts P vom Mittelpunkt M der Halbkugel $= p$; den Halbmesser M A der letztern $= a$; die Halbmesser M m, M n, M o u. s. w. der Flächen, worin sich die Schichten berühren, nach der Ordnung ihrer Folge von Aussen nach Innen, $= a_2, a_3, a_4$ u. s. w. das Brechungsverhältniß aus B in die erste Schichte A m $= 1 : n$, aus der ersten Schichte A m in die zweite m n $= 1 : m$, aus der zweiten m n in die dritte n o ebenfalls $= 1 : m$, und so weiter fort. Wir nehmen also an, daß die brechende Kraft der Schichten von der ersten A m bis zur letzten u M in einer geometrischen Progression, deren Exponent $= m$ ist, zunimmt, und daß m größer als 1 ist. Nun verhält sich $a : \sin. \varphi = p : \sin. a B M$.

Also wird $\sin. a B M = \frac{p \sin. \varphi}{a}$ und $\sin. C B M = \frac{p \sin. \varphi}{a n}$.

Eben so verhält sich im Dreieck M B C: $a_2 : \sin.$

$C B M = a_2 : \sin. b C M$. Mithin wird $\sin. b C M = \frac{p \sin. \varphi}{a n^2}$

und $\sin. D C M = \frac{p \sin. \varphi}{a m n^2}$. Auf dieselbe Weise findet

sich: $\sin. c D M = \frac{p \sin. \varphi}{a m^2 n^3}$, $\sin. E D M = \frac{p \sin. \varphi}{a m^3 n^3}$,

und überhaupt, wenn die Zahl des Halbmessers irgend

einer Schichte, die der gebrochene Strahl erreicht, ehe er zu seinem Scheitelpunct gelangt, von Aussen an gerechnet, $= x$, der Winkel des Einfalls in diese Schichte $= \pi$, der Brechungswinkel in derselben $= \rho$

ist, $\sin. \pi = \frac{p \sin. \varphi}{a m^{x-2} n}$, $\sin. \rho = \frac{p \sin. \varphi}{a m^{x-1} n}$. Die sämt-

lichen Brechungswinkel verhalten sich also vor Erreichung des Scheitelpuncts umgekehrt wie die Producte aus den, zu ihren Spitzen gezogenen Halbmessern in die Potenz von m , deren Exponent um 1 kleiner als die Zahl des Halbmessers ist, welchen der Strahl erreicht hat.

3. Wird $P B$ mit $P Q$ parallel, kömmt also der Strahl aus einer unendlich grossen Entfernung, so werden die Brechungswinkel durch den Winkel $B M P$ bestimmt, und es ist, wenn man diesen Θ setzt, $\sin.$

$$C B M = \frac{a \sin. \Theta}{n}, \sin D C M = \frac{a \sin. \Theta}{a m n}, \sin.$$

$$E D M = \frac{a \sin. \Theta}{a m^2 n}, \sin. \rho = \frac{a \sin. \Theta}{a m^{x-1} n}.$$

4. Wenn ein anderer Strahl aus der Entfernung p' und unter dem Winkel φ' auf $A N$ fällt, und wenn

$$p' \sin. \varphi' = p \sin. \varphi = A \text{ ist, so wird } \frac{p \sin. \varphi}{a n} =$$

$$\frac{A}{a n} = \frac{p' \sin. \varphi'}{a n}, \frac{p \sin. \varphi}{a m n} = \frac{A}{a m n} = \frac{p' \sin. \varphi'}{a m n},$$

und so jeder Brechungswinkel des einen Strahls in einer gewissen Schichte dem gleich, den der andere in der nehmlichen Schichte macht.

5. Sind die sämtlichen Schichten $A m$, $m n$, $n o$, u. s. w. einander an Breite gleich, und dafür werden wir sie künftig annehmen, so ist $a_2 = a - \frac{1}{a}$, $a_3 = a - \frac{2}{a}$, $a_x = a - \frac{(x-1)}{a}$, also $\sin. \rho = \frac{p \sin. \varphi}{\left\{a - \frac{(x-1)}{a}\right\} m^{\frac{x-1}{a}} n}$.

Setzen wir jetzt $\frac{x-1}{a} = v$, so läßt sich diese Formel bequemer auf folgende Art ausdrücken: $\sin. \rho = \frac{p \sin. \varphi}{(a-v)m^n}$.

Es ist nun z. B. für den Halbmesser $M o$ das Stück $A o$ des Halbmessers $MA (=a)$ der ganzen Kugel $= v$ und $M o = a - v$.

6. Besteht die Kugel aus unendlich schmalen Schichten, so verwandelt sich die gebrochene Linie $B C D$ u. s. w. die der Strahl beim Durchgange durch dieselben beschreibt, in eine Curve, die zur Classe der transcendenten gehört. Es ist dann, wenn man z. B. den Radius $D M$ für die Axe annimmt, und die unendlich kleine Abscisse $D w = d v$, die Ordinate $W E = d y$, die Gröfse $\frac{p \sin. \varphi}{n}$, die bei jeder dieser Curven unveränderlich bleibt, $= A$ setzt,

$$d y = \frac{A d v}{\sqrt{(a-v)^2 m^{2v} A^2}}.$$

Die Natur jener Linien wird daher durch eine, aus zwei veränderlichen Gröfsen bestehende Gleichung bestimmt, von welchen die eine der Exponent einer beständigen Gröfse ist. Das Verhältniß der Ordinaten zu den Abscissen läßt sich daher für sie nur durch unendliche Reihen ausdrücken.

7. Ein Perpendikel $M R$, der aus dem Mittelpunct M der Halbkugel auf die Linie $B C D$ u. s. w. die der

Strahl beschreibt, gefällt ist, bestimmt die Richtung, nach welcher jene Linie in den hintern Quadranten NMQ übertritt und darin fortgeht. Macht jene mit NM auf der Seite von NMQ in dem Dreieck $M\lambda i$ einen stumpfen Winkel $M\lambda i$, so steigt sie in NMQ herauf. Ist dieser Winkel spitz, so geht sie darin herab, und ist er ein rechter Winkel, so läuft sie in NMQ nach derselben Richtung fort, die sie zuletzt in dem vordern Quadranten AMN hatte. Den Winkel BMi , den Mi mit dem, nach dem Eintrittspunct B des Strahls gezogenen Halbmesser MB macht, werden wir den Richtungswinkel der Bahn des gebrochenen Strahls nennen. Mi ist die Hauptaxe der Curve $BCDEF$ u. s. w. An dem Punct i wird diese eine Tangente der Schichte, die Mi zum Radius hat, und

es ist hier
$$\frac{p \sin \varphi}{(a-v)m'n} = 1.$$

8. Die Winkel CMB , DMC , EMD , iME am Mittelpunkt M der Halbkugel sind die Differenzen zwischen dem Einfallswinkel bCM der folgenden Schichte und dem Brechungswinkel CBM der vorhergehenden, und machen zusammen den Neigungswinkel BMi aus. Hieraus folgt: $FiM = R = BMi - (bCm + cDM + dEM) + (CBM + DCM + EDM + iEM)$. Wenn nun der Winkel $BPM = 0$ wird, so verschwinden auch alle übrige Einfalls- und Brechungswinkel bis auf FiM , und es wird $FiM = R = BMi$. Unter diesen Umständen fällt also i mit M zusammen, und ein Strahl PA , der grade gegen den Mittelpunkt M gerichtet ist, geht daher ungebrochen bis ins Unendliche fort.

9. Wenn $iM = a - v$ ist, so wird $\sin. MEi =$
 $\frac{p \sin. \varphi}{(a - v + 1)m^v n}, \sin. ME d = \frac{p \sin. \varphi}{(a - v + 1)m^{v-1} n}, \sin. MDE =$
 $\frac{p \sin. \varphi}{(a - v + 2)m^{v-2} n}, \sin. MD c = \frac{p \sin. \varphi}{(a - v + 2)m^{v-2} n} \text{ u. s. w.}$

(§. 2. 5). Da nun die Winkel MEi und iFM einander gleich sind, und $\sin. GFM = m. \sin. iFM$,

$\sin. f. GM = \frac{MF. \sin. GFM}{GM} \text{ u. s. w. ist, so wird auch}$

$\sin. GFM = \frac{p \sin. \varphi}{(a - v + 1)m^{v-1} n} = \sin. ME d, \sin.$

$f. GM = \frac{p \sin. \varphi}{(a - v + 2)m^{v-2} n} = \sin. MDE \text{ u. s. w. Die}$

Brechungswinkel auf der hintern Seite der Richtungslinie Mi haben also mit den Einfallswinkeln der vordern Seite, und die Einfallswinkel der letztern mit den Brechungswinkeln der erstern einerlei Sinus. Die sämtlichen Winkel der hintern Seite sind aber auf eben dieser Seite der zu ihnen gehörigen Halbmesser Mi , MF u. s. w. stumpf und die Complementary ihrer analogen Winkel der vordern Seite zu zwei rechten Winkeln. Dieser Ursache wegen ist auf der hintern Seite von Mi jeder der Mittelpunctswinkel iMF , FMG u. s. w. nicht, wie auf der vordern Seite, die Differenz zwischen dem Einfallswinkel der folgenden Schichte und dem Brechungswinkel der vorhergehenden, sondern umgekehrt der Unterschied zwischen dem Einfallswinkel der vorhergehenden und dem Brechungswinkel der folgenden. Diese Winkel machen ebenfalls zusammengenommen den Neigungswinkel iMI der hintern Seite, wie die der vordern Seite den Winkel

$B M i$ aus. Es ist aber der Winkel $i M F = i M E$, weil $E M = M F$ ist und bei i rechte Winkel sind; $f G M - G F M = F M G = d E M - E D M = D M E$ u. s. w. Also $i M F + F M G$ u. s. w. $= i M E + D M E$ u. s. w. oder $i M I = B M i$. Die Richtungswinkel auf beiden Seiten der Richtungslinie $M i$ sind also einander gleich, und $B M I = 2 B M i$. Weil endlich aus den angegebenen Gründen $K I M = P B M$ ist, so folgt, daß der Strahl nach seinem Durchgang durch die Halbkugel unter demselben Winkel, dessen Sinus $= \frac{p \sin. \varphi}{a}$ ist, aus ihr wieder hervorkömmt, unter welchen er in sie gelangte.

10. In dem Dreieck $M I K$ ist

$$\begin{aligned} \text{der Winkel } I M K &= 2 R - (B M P + B M I) = 2 R - (B M P \\ &\quad + 2 B M i) = 2 R - (a B M - B P M + 2 B M i) \\ \text{und der Winkel } I K M &= 2 R - (I M K + M I K) = B M P \\ &\quad + 2 B M i - P B M = B M P \\ &\quad + 2 B M i + a B M - 2 R = \\ &\quad 2 a B M + 2 B M i - B P M - 2 R. \end{aligned}$$

Aus den drei gegebenen Stücken $M I = a$, $\sin. M I K = \frac{p \sin. \varphi}{a}$ und $\sin. I K M = - \sin. (2 a B M + 2 B M i - B P M)$

ergiebt sich nun die Focaldistanz $M K$, das heist, die Entfernung des Puncts, worin der gebrochene Strahl $P B$ nach seinem Austritt aus der Kugel die Axe

der letztern schneidet, $= \frac{- a \sin. M I K}{\sin. (2 B M i + 2 a B M - B P M)}$,

oder, wenn $M I K = P B M = \gamma$, $B M i = \varrho$ und

$$M K = X \text{ ist, } X = \frac{- a \sin. \gamma}{\sin. (2 \varrho + 2 \gamma - \varphi)}$$

11. Bei unsern bisherigen Untersuchungen nahmen wir an, daß die Strahlen des leuchtenden Puncts aus einer positiven Entfernung zur brechenden Kugel gelangten. Wir haben jetzt den Fall zu betrachten, worin die Entfernung negativ ist. Dieser tritt dann ein, wenn auf die vordere Fläche der Kugel nicht, wie im vorigen Fall, divergirende Strahlen fallen, sondern convergirende, die in einem Punct der verlängerten Axe hinter der Kugel zusammenkommen. Ein solcher Strahl ist OP (Fig. 2), der vom Punct O ausgeht und die Axe AP der Kugel in der negativen Entfernung $MP = p$ und unter dem Winkel $BPM = \varphi$ schneidet. Nachdem er den Weg BnI durch die Kugel genommen hat, kömmt er in I nach der Richtung IT aus ihr wieder hervor, und stößt mit der verlängerten Axe AP in K zusammen. Die Aufgabe für diesen Fall ist: den Winkel IKM und die Focaldistanz $MK (= X)$ aus den gegebenen Gröfsen φ , $-p$, a , m und n zu finden. Die Auflösung ergiebt sich, wenn man aus dem Puncte B , worin der einfallende Strahl die Kugel trifft, die Axe BF zieht, diese und den bei I aus der Kugel wieder hervortretenden Strahl IK verlängert, bis sie sich in T schneiden, und den Punct I mit dem Mittelpunkt M der Kugel durch den Halbmesser MI verbindet. Bei dieser Construction stellet OP einen Strahl vor, der aus der positiven Entfernung $BM (= a)$ und unter dem Einfallswinkel $PBM (= \gamma)$ in die Kugel dringt. Im Dreieck BMP ist $\sin. B = \frac{MP \cdot \sin. P}{BM}$, oder $\sin. \gamma = \frac{p \sin. \varphi}{a}$, und im Triangel MIK ist

$M K = \frac{a \sin. v I K}{\sin. I K M} = \frac{a \sin. \gamma}{\sin. I K M}$. Der Winkel $I K M$ findet sich aus folgenden Gleichungen: $I K M = v I K - I M K$, $I M K = B M K - B M I$, $B M K = 2 R - B M A = 2 R - (B + P) = 2 R - (\varphi + \gamma)$. Der Winkel $B M I$ ist das Doppelte desjenigen, den wir den Richtungswinkel genannt und mit $\mathcal{Z}$ bezeichnet haben. Folglich wird $I K M = 2 \mathcal{Z} + 2 \gamma + \varphi$ und $X = \frac{- a \sin. \gamma}{\sin. (2 \mathcal{Z} + 2 \gamma + \varphi)}$. Dies ist die nehmliche Formel, die wir im vorigen § für X bei einer positiven Entfernung p fanden, nur mit dem Unterschiede, daß hier φ addirt ist, da es dort subtrahirt war. Im Allgemeinen ist also $X = \frac{- a \sin. \gamma}{\sin. (2 \mathcal{Z} + 2 \gamma \mp \varphi)}$.

12. Ein dritter Fall, den wir zu berücksichtigen haben, ist der, worin der Strahl $I K$ (Fig. 1. 2) bei seinem Austritt aus der Kugel nicht wieder in das erste Medium übergeht, sondern, indem er die Lage $I Z$ annimmt, in ein anderes, dessen brechende Kraft sich zu der des ersten Mediums verhält wie $\tau : 1$. Dieser Austritt macht aber keine weitere Veränderung, als daß

nun der Sinus des Winkels $v I Z = \frac{\sin. M I K}{\tau}$, also

$\sin. I Z M = - \sin. (2 \mathcal{Z} + \gamma + \text{ang. } \frac{\sin. \gamma}{\tau} \mp \varphi)$

und $X = \frac{- a \sin. \gamma}{\tau \sin. (2 \mathcal{Z} + \gamma + \text{ang. } \frac{\sin. \gamma}{\tau} \mp \varphi)}$ wird.

13. Es kömmt jetzt darauf an, den Werth von $\mathcal{Z}$ aus p , $\sin. \varphi$, n und m zu bestimmen. Sin. $\mathcal{Z}$ läßt sich aber nur aus seinem Bogen, und aus diesem nur auf folgende Art finden.

$$\begin{aligned} \text{arc. } \mathcal{Z} &= \text{arc. ang. (B M C + C M D \dots + E M i) (Fig. 1)} \\ &= \text{arc. ang. (b C M + c D M \dots + F i M)} \\ &\quad - \text{arc. ang. (C B M + D C M \dots + i E M)} \\ &= \left\{ \text{arc. sin. } \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-1)n} \right\} + \text{arc. sin. } \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-2)mn} \right\} \dots \right. \\ &\quad \left. \dots \dots \dots + \text{arc. sin. } \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-v)m^{v-1}n} \right\} \right\} \\ &\quad - \left\{ \text{arc. sin. } \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{a n} \right\} + \text{arc. sin. } \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-1)mn} \right\} \dots \right. \\ &\quad \left. \dots \dots \dots + \text{arc. sin. } \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{a-(v+1)m^{v-1}n} \right\} \right\} \end{aligned}$$

In diesen Reihen ist $a - v = M i$ und $\frac{p \sin. \varphi}{(a-v)m^{v-1}n} = \sin. F i M = 1$.

Wenn nun λ ein Bogen und ω die Zahl der Glieder in der Reihe ist, welche diesen Bogen durch seinen Sinus ausdrückt, so ist bekanntlich

$$\lambda = \sin. \lambda + A \sin. \lambda^3 + B \sin. \lambda^5 + C \sin. \lambda^7 \dots Z \sin. \lambda^{2\omega+1}.$$

Von den Coefficienten der Potenzen des $\sin. \lambda$ dieser Reihe ist

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}, \quad B = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 4} \cdot \frac{1}{5}, \quad C = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 8} \cdot \frac{1}{7},$$

$$Z = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots 2\omega - 1}{1 \cdot 2 \dots \omega \cdot 2^\omega} \cdot \frac{1}{2\omega + 1}. \quad \text{Hiernach wird}$$

$$\begin{aligned} \text{arc. ang. b C M} &= \frac{p \sin. \varphi}{(a-1)n} + A \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-1)n} \right\}^3 + B \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-1)n} \right\}^5 \\ &\quad \dots \dots \dots + Z \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-1)n} \right\}^{2\omega+1}. \end{aligned}$$

$$\text{arc. ang. c DM} = \frac{p \sin. \varphi}{(a-2)mn} + A \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-2)mn} \right\}^3 + B \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-2)mn} \right\}^5 \\ \dots + Z \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-2)mn} \right\}^{2\omega + 1}.$$

$$\text{arc. ang. d EM} = \frac{p \sin. \varphi}{(a-3)m^2n} + A \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-3)m^2n} \right\}^3 + B \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-3)m^2n} \right\}^5 \\ \dots + Z \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-3)m^2n} \right\}^{2\omega + 1}.$$

$$\text{arc. ang. FiM} = \frac{p \sin. \varphi}{(a-v)m^{v-1}n} + A \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-v)m^{v-1}n} \right\}^3 + B \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-v)m^{v-1}n} \right\}^5 \\ \dots + Z \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{(a-v)m^{v-1}n} \right\}^{2\omega + 1}.$$

Die Summe der Bogen aller dieser Einfallswinkel von b CM bis FiM, die wir I nennen werden, ist folgende:

$$I = \frac{p \sin. \varphi}{n} \left\{ \frac{1}{a-1} + \frac{1}{(a-2)m} + \frac{1}{(a-3)m^2} \dots \dots \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{1}{(a-v)m^{v-1}} \right\} \\ + A \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{n} \right\}^3 \left\{ \frac{1}{(a-1)^3} + \frac{1}{(a-2)^3 m^3} + \frac{1}{(a-3)^3 m^5} \dots \dots \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{1}{(a-v)^3 m^{v+2}} \right\} \\ + B \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{n} \right\}^5 \left\{ \frac{1}{(a-1)^5} + \frac{1}{(a-2)^5 m^5} + \frac{1}{(a-3)^5 m^7} \dots \dots \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{1}{(a-v^5 m)^{v+4}} \right\} \dots \\ \dots + Z \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{n} \right\}^{2\omega + 1} \left\{ \frac{1}{(a-1)^{2\omega + 1}} + \frac{1}{(a-2)m^{2\omega + 1}} \right. \\ \left. + \frac{1}{(a-3)^{2\omega + 1} m^{2\omega + 3}} \dots + \frac{1}{(a-v)^{2\omega + 1} m^{2\omega + v}} \right\}$$

Berechnet man auf dieselbe Art den zur Summe der Brechungswinkel $C B M$, $D C M \dots i E M$ gehörigen Bogen, der mit II bezeichnet seyn möge, so erhält man:

$$\begin{aligned}
 II = & \frac{p \sin. \varphi}{n} \left\{ \frac{1}{a} + \frac{1}{(a-1)m} + \frac{1}{(a-2)m^2} \dots + \frac{1}{(a-(v-1))m^{v-1}} \right\} \\
 & + A \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{n} \right\}^3 \left\{ \frac{1}{a^3} + \frac{1}{(a-1)^3 m^3} + \frac{1}{(a-2)^3 m^5} \dots + \frac{1}{(a-(v-1))^3 m^v} \right\} \\
 & + B \left\{ \frac{p \sin. \psi}{n} \right\}^5 \left\{ \frac{1}{a^5} + \frac{1}{(a-1)^5 m^5} + \frac{1}{(a-2)^5 m^7} \dots + \frac{1}{(a-(v-1))^5 m^{v+2}} \right\} \\
 & \dots + Z \left\{ \frac{p \sin. \varphi}{n} \right\}^{2\omega+1} \left\{ \frac{1}{a^{2\omega+1}} + \frac{1}{((a-1)m)^{2\omega+1}} + \right. \\
 & \left. \frac{1}{(a-2)^{2\omega+1} m^{2\omega+3}} \dots + \frac{1}{(a-(v-1))^{2\omega+1} m^{2\omega+v}} \right\}.
 \end{aligned}$$

Der Bogen II abgezogen von I läßt zum Rest den Bogen BN des Winkels $\mathcal{Z}$. Die erste der Reihen für diesen ist:

$$\begin{aligned}
 \frac{p \sin. \varphi}{n} \left\{ \frac{1}{a(a-1)m^0} + \frac{1}{(a-1)(a-2)m} + \frac{1}{(a-2)(a-3)m^2} \right. \\
 \left. \dots + \frac{1}{(a-v)(a-(v-1))m^{2v-1}} \right\}.
 \end{aligned}$$

Sucht man auch die übrigen Reihen, deren Coefficienten $A, B \dots Z$ sind, und vergleicht dann die Summe derselben mit dieser, so findet man in dieser den Ausdruck für den Sinus des Winkels $\mathcal{Z}$. Die Nenner der Brüche, woraus sie besteht, machen zwei Progressionen aus: eine arithmetische, deren Glieder zu Differenzen $(a-1)^2, (a-2)^2, (a-3)^2$ u. s. w. haben, und eine geometrische, die mit 1 anfängt und m zum Exponenten hat. Setzt man $m=1$, so verwandelt sie sich in den Ausdruck für den Sinus des

Richtungswinkels, den der Strahl P B machen würde, wenn er, blos gebrochen durch n, in grader Richtung durch die Halbkugel gehen würde. In diesem Falle

$$\text{ist } B M i \text{ (Fig. 1)} = \cos. C B M = \sqrt{1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{a^2 n^2}},$$

und diese Wurzelgröfse die Gränze, der sich die Summe der Glieder der Reihe mit jedem folgenden immer mehr nähert. Die Reihe drückt $\sin. \varphi$ durch ein Product aus $\frac{p \sin. \varphi}{n}$ und Brüchen des Halbmessers a aus.

In der Reihe für $\sin. \varphi$ der geschichteten Kugel tritt an die Stelle des beständigen Halbmessers ein Product aus demselben in die veränderliche Potenz m^v . Die Gränze der Summe dieser Reihe muß daher der

$$\text{vorigen analog und} = \sqrt{1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{a^2 m^{2v} n^2}} \text{ seyn.}$$

14. Wir haben jetzt endlich noch den Werth von v zu suchen, um alle Gröfsen zu besitzen, die zur vollständigen Bestimmung der Bahn des Strahls durch die Halbkugel erforderlich sind. Da der letzte Winkel M i F, den der Strahl beim Uebergange von der einen Seite des Perpendikels M i zur andern macht, ein

$$\text{rechter, oder } \frac{p \sin. \varphi}{(a-v) m^v n} = 1 \text{ ist, so ist } \frac{p \sin. \varphi}{n} =$$

$$(a-v) m^v \text{ und } \log. \frac{p \sin. \varphi}{n} = \log. (a-v) + v \log. m.$$

Wenn man in dieser Gleichung $\log. (a-v)$ durch eine unendliche Reihe ausdrückte, und dieselbe sich in Verbindung mit $v \log. m$ umkehren liesse, so daß v durch eine unendliche Reihe bestimmt würde, deren

Glieder aus $\frac{p \sin. \varphi}{n}$, m und a beständen, so würde man zwar einen Ausdruck für v erhalten. Es würde sich aber davon kein weiterer Gebrauch machen, und nicht mehr daraus abnehmen lassen, als was schon die vorstehenden Gleichungen lehren, daß v in umgekehrtem Verhältniß mit $p \sin. \varphi$ steigt und fällt, und daß v eine beständige GröÙe ist, wenn $p \sin. \varphi$ einen unveränderlichen Werth hat. Unter diesen Umständen giebt es keinen andern Weg, worauf sich Berechnungen in Zahlen über die Wirkungen einer geschichteten Kugel machen lassen, als anzunehmen, daß in derselben jeder Strahl einen graden Weg nimmt, nachdem er durch eine Kraft gebrochen ist, die sich für die gegebenen GröÙen a , p und φ in gradem Verhältniß mit der Linie Ri (Fig. 1), also mit $a - Mi = a - p \sin. \varphi$, oder, wenn $\frac{p \sin. \varphi}{a} = \gamma$ ist, mit $a (1 - \sin. \gamma) = a \sin. \text{vers. } \gamma$ ändert. Dies würde also der Werth von v in dem Ausdruck nm' seyn, womit wir die veränderliche, brechende Kraft der geschichteten Kugel bezeichnet haben. Es ist aber, wenn die Kugel aus unendlich schmalen Schichten besteht, deren Zahl $= a$ ist, und wenn die stärkste Brechung, welche die Kugel an ihrem Mittelpuncte hat, $= M$ gesetzt wird, $m = \sqrt{M}$. Folglich wird $nm' = n \sqrt{M^{a(1 - \sin. \gamma)}}$. Verschwindet hier γ und wird zugleich $p = a$, indem der Strahl sich in eine Tangente der Kugel verwandelt, so erhält man $nm' = n$. In diesem Falle kann keine Brechung statt finden. Mithin muß $n = 1$ seyn, und die brechende Kraft für $\sin. \gamma$ läßt sich daher bei der

Voraussetzung, dafs $m = \sqrt[a]{M}$ ist, durch $m^a (1 - \sin. \gamma)$ ausdrücken. Um nicht auf Unrichtigkeiten zu kommen, darf man aber hierbei nicht aufser Acht lassen, dafs a in Beziehung auf p , $\sin. \varphi$ und $\sin. \gamma$ eine stetige, hingegen als Exponent von m eine discrete Gröfse ist. Die Resultate, die wir vermittelst dieser Formel für jeden einzelnen Fall erhalten, können zwar nicht ganz die Wahrheit erreichen, weil der Strahl seinen Weg durch eine geschichtete Kugel nicht in einer graden Linie bei unveränderter, brechender Kraft zurücklegt. Allein die gegenseitigen Verhältnisse der Wege aller Strahlen können doch dabei von den wirklichen nicht so verschieden seyn, dafs man nicht von der obigen Formel da Gebrauch machen kann, wo es vorzüglich nur auf diese Verhältnisse ankömmt.

15. Nach dem bisher Gesagten ist auf jeden Fall v eine Function von $p \sin. \varphi$, die in einem umgekehrten, doch weder arithmetischen noch geometrischen Verhältnifs mit $p \sin. \varphi$ steigt und fällt. Vermittelst dieses Satzes läfst sich jetzt die Wirkung, die eine geschichtete Kugel auf die Strahlenbrechung haben kann, im Allgemeinen beurtheilen. Wir fanden oben (§. 10. 11) für die Focaldistanz X die Formel

$$X = \frac{-a \sin. \gamma}{\sin. (2 \varepsilon + 2 \gamma + \varphi)}, \text{ und (§. 13. 14) } \sin.$$

$$\varepsilon = \sqrt{\left\{ 1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{a^2 m^{2v}} \right\}}. \text{ Mit } \gamma \text{ haben wir den}$$

Einfallswinkel bezeichnet, dessen Sinus $= \frac{p \sin. \varphi}{a}$ ist.

Der Werth von X läßt sich also auf folgende Art ausdrücken:

$$X = \frac{-p \sin. \varphi}{\sin. \left\{ 2 \text{ ang. sin. } \sqrt{1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{a^2 m^2 v}} \right\} + 2 \text{ ang. sin. } \frac{p \sin \varphi}{a} \pm \varphi \}.$$

Im Nenner dieses Bruchs steigt und fällt bei der Brechung durch eine ungeschichtete Kugel der Sinus des Winkels φ im umgekehrten Verhältniß mit dem Zähler $p \sin. \varphi$, indem für einen solchen brechenden Körper m^v eine beständige Gröfse ist. Bei der Veränderung des Products $p \sin. \varphi$ wird also X sehr verändert. Hingegen bei der Brechung durch eine geschichtete Kugel wird die Veränderung der Gröfse $p \sin. \varphi$ durch eine entgegengesetzte der veränderlichen Potenz m^v gemindert, also der Werth von X einem mittlern, constanten mehr genähert. Die zweite Gröfse des Nenners jenes Bruchs, der Winkel γ , hängt ganz von $p \sin. \varphi$ des Zählers ab, und bringt keine Verschiedenheit in dem Werthe von X hervor. Die dritte Gröfse des Nenners, der Winkel φ , steht aber darin isolirt. Der Sinus desselben verändert sich zwar auf einerlei Art mit dem einen, ihm gleichen Factor $\sin. \varphi$ des Products $p \sin. \varphi$ des Zählers. Allein mit den andern, der Entfernung p , steht er nicht in einem gewissen Verhältniß. Die Folge ist also diese, daß die, bei der Brechung durch jede ungeschichtete Kugel eintretende Abweichung der Strahlen von einem gemeinschaftlichen, unveränderlichen Brennpunct durch eine geschichtete Kugel gemindert, doch nicht ganz aufgehoben wird.

16. Die Richtigkeit dieses Schlusses wird sich noch näher zeigen, wenn wir die Gleichung des vorigen § in eine solche übergehen lassen, worin X durch p , $\sin. \varphi$, a , m , v ausgedrückt ist. Diese Umwandlung geschieht durch folgende Formeln:

$$X = \frac{-a \sin. \gamma}{\mp \sin. \varphi. \cos. (2\zeta + 2\gamma) \pm \cos. \varphi. \sin. (2\zeta + 2\gamma)}$$

$$\cos. (2\zeta + 2\gamma) = \cos. 2\zeta. \cos. 2\gamma - \sin. 2\zeta. \sin. 2\gamma.$$

$$\sin. (2\zeta + 2\gamma) = \sin. 2\zeta. \cos. 2\gamma + \cos. 2\zeta. \sin. 2\gamma.$$

$$\sin. 2\zeta = 2 \sin. \zeta. \cos. \zeta.$$

$$\cos. 2\zeta = \cos. \zeta^2 - \sin. \zeta^2.$$

$$\sin. 2\gamma = 2 \sin. \gamma. \cos. \gamma.$$

$$\cos. 2\gamma = \cos. \gamma^2 - \sin. \gamma^2.$$

$$\text{Also} \quad X = a \sin. \gamma: \left\{ \begin{array}{l} \pm \sin. \varphi. \left\{ \begin{array}{l} (\cos. \zeta^2 - \sin. \zeta^2) (\cos. \gamma^2 - \sin. \gamma^2) \\ - 4 \sin. \zeta. \cos. \zeta \sin. \gamma \cos. \gamma \end{array} \right\} \\ \mp \cos. \varphi. \left\{ \begin{array}{l} 2 \sin. \zeta. \cos. \zeta (\cos. \gamma^2 - \sin. \gamma^2) \\ + 2 \sin. \gamma. \cos. \gamma (\cos. \zeta^2 - \sin. \zeta^2) \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

Nun ist, wenn wir $m^v = Q$ setzen,

$$\cos. \zeta^2 - \sin. \zeta^2 = \frac{2 \sin. \gamma^2}{Q^2} - 1,$$

$$\sin. \zeta. \cos. \zeta = \frac{\sin. \gamma}{Q} \sqrt{1 - \frac{\sin. \gamma^2}{Q^2}},$$

$$\cos. \gamma = \sqrt{1 - \sin. \gamma^2},$$

$$\cos. \gamma^2 - \sin. \gamma^2 = 1 - 2 \sin. \gamma^2.$$

Folglich wird

$$X = a \sin. \gamma: \begin{cases} \pm \sin. \varphi. \left\{ \begin{aligned} &\left\{ \frac{2 \sin. \gamma^2}{Q^2} - 1 \right\} (1 - 2 \sin. \gamma^2) \\ &- \frac{4 \sin. \gamma^2}{Q} \sqrt{\left\{ 1 - \frac{\sin. \gamma^2}{Q^2} \right\}} \sqrt{(1 - \sin. \gamma^2)} \end{aligned} \right\} \\ \mp \cos. \varphi. \left\{ \begin{aligned} &\frac{2 \sin. \gamma}{Q} \sqrt{\left\{ 1 - \frac{\sin. \gamma^2}{Q^2} \right\}} (1 - 2 \sin. \gamma^2) \\ &+ 2 \sin. \gamma \left\{ \frac{2 \sin. \gamma^2}{Q^2} - 1 \right\} \sqrt{(1 - \sin. \gamma^2)} \end{aligned} \right\} \end{cases}$$

Substituiren wir endlich für $\sin. \gamma$ und $\cos. \gamma$ deren Werthe $\frac{p \sin. \varphi}{a}$ und $\sqrt{\left\{ 1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{a^2} \right\}}$, so bekommen wir für X folgenden Ausdruck, worin die obern Zeichen $+$ $-$ für die positive, die untern $-$ $+$ für die negative Entfernung p gelten:

$$X = p: \begin{cases} \pm \left\{ \begin{aligned} &\left\{ \frac{2 p^2 \sin. \varphi^2}{a^2 Q^2} - 1 \right\} \left\{ 1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{a^2} \right\} \\ &- \frac{4 p^2 \sin. \varphi^2}{a^2 Q} \sqrt{\left\{ 1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{a^2 Q^2} \right\}} \left\{ 1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{a^2} \right\} \end{aligned} \right\} \\ \mp \left\{ \begin{aligned} &\frac{2 p \cos. \varphi}{a} \left\{ \frac{1}{Q} \sqrt{\left\{ 1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{a^2 Q^2} \right\}} \left\{ 1 - \frac{2 p^2 \sin. \varphi^2}{a^2} \right\} \right\} \\ &+ \left\{ \frac{2 p^2 \sin. \varphi^2}{a^2 Q^2} - 1 \right\} \sqrt{\left\{ 1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{a^2} \right\}} \end{aligned} \right\} \end{cases}$$

Nehmen wir in dieser Gleichung Q für eine unveränderliche Gröfse an, so gilt sie auch für eine ungeschichtete Kugel. Es ist nun klar, dafs, wenn Q in einem umgekehrten Verhältnifs mit $p \sin. \varphi$ steigt und fällt, X sich weniger verändern mufs, als bei einem constanten Werthe von Q , und dafs im erstern Fall

die Veränderungen von X desto geringer seyn werden, je kleiner $\sin. \varphi$ wird, je mehr sich also $\cos. \varphi$ der Einheit nähert, dafs aber dadurch der Einfluß des Wechsels von p und $\sin. \varphi$ auf X nicht ganz aufgehoben werden kann, solange dieselben endliche Gröfsen bleiben. Nur wenn p unendlich grofs, folglich $\sin. \varphi = 0$ und $\cos. \varphi = 1$ wird, erhält X einen beständigen Werth. In diesem Falle wird $p \sin. \varphi$, und daher auch Q , eine endliche, beständige Gröfse. Setzt man folglich den ersten, nun aus blofsen constanten Gröfsen bestehenden Theil in dem Nenner des Werthes von $X = A$, den zweiten $= B$, so verwandelt

sich die Gleichung in die folgende: $X = \frac{\infty}{\pm A \mp 2 \infty B}$
 $= \frac{1}{2B}$. Eine geschichtete Kugel kann also zwar nicht

machen, dafs die aus verschiedenen Entfernungen und unter verschiedenen Winkeln auf sie fallenden Strahlen sich nach deren Brechung in einem und demselben, unveränderlichen Punkte vereinigen, wohl aber vermindert sie die Abweichung derselben von einem gemeinschaftlichen Brennpunct.

17. Hierauf allein beschränkt sich aber nicht die Verschiedenheit in dem Einfluß einer geschichteten und ungeschichteten Kugel auf die Strahlenbrechung. Bei jener nimmt auch die Focaldistanz der, von einem gemeinschaftlichen Punkt ausgehenden Strahlen nicht ab, wie bei dieser, mit der Zunahme des Winkels φ , sondern wächst mit der letztern bis zu einer gewissen Gränze. Um dieses Gesetz der Brechung

zu beweisen, werden wir eine Formel für die Brennnlinie der geschichteten Kugel aufsuchen müssen. Es seyen zu dem Ende die beiden gebrochenen Strahlen $a k$ und $b i$ (Fig. 3), die aus der hintern Fläche $N Q$ einer geschichteten Kugel hervorkommen, einander unendlich nahe, und $M a$, $M b$ die zu den Puncten a , b gehörigen Halbmesser der Kugel. h ist also ein Punct in der Brennnlinie. Ferner sey der Winkel $a M Q = \sigma$ und $h k Q = \tau$. Für die übrigen, in der folgenden Rechnung vorkommenden Gröſsen werden wir die bisher gebrauchten Zeichen beibehalten. Die Aufgabe ist: Eine der beiden, nur um ein Differenzial von einander verschiedenen Linien $a h$, $b h$ zu finden, durch welche die Brennnlinie bestimmt wird. Gegebene Gröſsen sind a , p und φ . Aus diesen Datis haben wir:

$$\sin. \gamma = \sin. f a h = p \sin. \varphi, \sin. \mathcal{Z} = \sqrt{\left\{1 - \frac{\sin. \gamma^2}{m^2 v}\right\}},$$

$$\sigma = 2 R - 2 \mathcal{Z} - 2 \gamma \pm \varphi, \tau = 2 \mathcal{Z} + 2 \gamma \mp \varphi - 2 R.$$

Da sich nun verhält $\sin. a h b : \sin. b a h = a b : b h$, so wird

$$b h = \frac{a b. \sin. b a h}{\sin. a h b}. \text{ In dieser Gleichung ist, vermöge}$$

der Proportion $1 : \sin. a M b (= d \sigma) = a M (= a) : a b$, $a b = a d \sigma$. Ferner ist $\sin. b a h = \cos. f a h = \cos. \gamma$ und $a h b = - k h i = - (h k Q - h i k) = \tau - (\tau - d \tau) = d \tau$, also $\sin. a h b = \sin.$

$$d \tau, \text{ folglich } b h = \frac{a \cos. \gamma. d \sigma}{d \tau}. \text{ Die beiden Dif-}$$

ferenziale $d \sigma$ und $d \tau$ ergeben sich aus den obigen Gleichungen für σ und τ .

18. Differenziirt man die Gleichung $\sin. \mathcal{Z} =$

$\sqrt{\left\{1 - \frac{\sin. \gamma^2}{m^{2v}}\right\}}$, so erhält man:

$$d \sin. \mathcal{Z} = \frac{1}{2} \left\{1 - \frac{\sin. \gamma^2}{m^{2v}}\right\}^{-\frac{1}{2}} \left\{-\frac{2 \sin. \gamma. d \gamma}{m^{2v}} - \sin. \gamma^2 d m^{-2v}\right\}.$$

Es ist aber $d \sin. \gamma = \cos. \gamma. d \gamma$ und $d m^{-2v} =$

$-\frac{2 \log. \text{nat. } m. d v}{m^{2v}}$. Das Differenzial von v läßt sich

nur aus der Gleichung $v = a (1 - \sin. \gamma)$ nehmen, (§. 14) in Betreff welcher wir erinnert haben, daß sie zwar nicht in jedem einzelnen Fall den Werth von v genau angiebt, doch zur allgemeinen Bestimmung des gegenseitigen Verhältnisses der Werthe, die v haben kann, brauchbar ist. Hiernach ist $d v = -a. d \sin. \gamma$

$$= -a \cos. \gamma. d \gamma, \text{ mithin } d m^{-2v} = \frac{2 a \log. m. \cos. \gamma. d \gamma}{m^{2v}}.$$

Substituiren wir jetzt die für $d \sin. \gamma$ und $d m^{-2v}$ gefundenen Werthe in der Gleichung für $d \sin. \mathcal{Z}$, so wird

$$d \sin. \mathcal{Z} = \frac{-\sin. \gamma. \cos. \gamma. d \gamma (1 + a \log. m \sin. \gamma)}{m^{2v} \sqrt{\left\{1 - \frac{\sin. \gamma^2}{m^{2v}}\right\}}}.$$

Nun ist weiter $d \mathcal{Z} = \frac{d \sin. \mathcal{Z}}{\cos. \mathcal{Z}}$ und $\cos. \mathcal{Z} = \frac{\sin. \gamma}{m^v}$.

$$\text{Also } d \mathcal{Z} = \frac{-\cos. \gamma. d \gamma (1 + a \log. m \sin. \gamma)}{m^{2v} \sqrt{\left\{1 - \frac{\sin. \gamma^2}{m^{2v}}\right\}}}.$$

Daraus findet sich

$$d \sigma = -2 d \mathcal{Z} - d \gamma \pm d \varphi = \frac{2 \cos. \gamma d \gamma (1 + a \log. m \sin. \gamma)}{m^{2v} \sqrt{\left\{1 - \frac{\sin. \gamma^2}{m^{2v}}\right\}}} - d \gamma \pm d \varphi.$$

In dieser Gleichung läßt sich für das letzte Glied $d\varphi$ ein Ausdruck setzen, der, gleich den übrigen Gliedern, aus endlichen, in das Differenzial $d\gamma$ multiplicirten Größen besteht. Es ist nemlich $d\varphi = \frac{d \sin \varphi}{\cos. \varphi}$,

$$\sin. \varphi = \frac{a \sin. \gamma}{p}, \quad d \sin. \varphi = \frac{a. d \sin. \gamma}{p} = \frac{a \cos. \gamma. d \gamma}{p}, \quad \text{folglich } d\varphi = \frac{a \cos. \gamma. d \gamma}{p \cos. \varphi}.$$

So wird denn

$$d\sigma = d\gamma \left\{ \frac{2 \cos. \gamma (1 + a \log. m. \sin. \gamma)}{m^{2v} \sqrt{\left\{ 1 - \frac{\sin. \gamma^2}{m^{2v}} \right\}}} - 1 \pm \frac{a \cos. \gamma}{p \cos. \varphi} \right\}.$$

Da $\tau = 2\mathcal{Z} + 2\gamma \mp \varphi - 2R$, mithin $d\tau = 2d\mathcal{Z} + 2d\gamma \mp d\varphi$ ist, so ergibt sich aus den obigen Werthen von $d\mathcal{Z}$ und $d\varphi$ zugleich

$$d\tau = d\gamma \left\{ \frac{-2 \cos. \gamma (1 + a \log. m. \sin. \gamma)}{m^{2v} \sqrt{\left\{ 1 - \frac{\sin. \gamma^2}{m^{2v}} \right\}}} + 2 \mp \frac{a \cos. \gamma}{p \cos. \varphi} \right\}$$

Setzen wir in diesen Werthen von $d\sigma$ und $d\tau$

$$\frac{2 \cos. \gamma (1 + a \log. m. \sin.)}{m^{2v} \sqrt{\left\{ 1 - \frac{\sin. \gamma^2}{m^{2v}} \right\}}} \pm \frac{a \cos. \gamma}{p \cos. \varphi} = R,$$

so erhalten wir für bh folgenden, blos aus endlichen Größen bestehenden Werth: $bh = a \cos. \gamma \frac{R - 1}{2 - R}$.

19. Aus dieser Formel erhellet, daß bh nach dem verschiedenen Verhältniß von $\sin. \gamma$ gegen $\cos. \gamma$ entgegengesetzte Werthe bekommt. Ist R positiv und kleiner als 1, oder auch größer als 2, so wird bh

negativ. Im entgegengesetzten Fall geht $b h$ in den positiven Zustand über. Für $R = 1$ wird $b h = 0$. Negativ und positiv ist aber $b h$ in Beziehung auf $h i$. Nehmen wir $h i$ für positiv an, und ist bei $\sin. \varphi = 0$. R gröfser als 1, so fällt der Punct h der Brennnlinie oberhalb der verlängerten Axe $M i$, solange $R > 1$ bleibt, hingegen unterhalb dieser nach C , wenn $R < 1$ wird, und in dieselbe bei $R = 1$. Die geschichtete Kugel hat also eine doppelte Brennnlinie: Eine für die Strahlen, die unter einem kleinern Winkel einfallen, und Eine für die, welche die Kugel unter einem gröfsern Winkel treffen. Jene liegt in dem angeführten Fall unter, diese über der verlängerten Axe des brechenden Körpers. Die ungeschichtete Kugel hingegen hat nur eine einzige Brennnlinie, die mit der letzten der beiden vorigen in der Lage übereinkömmt. Für sie ist nemlich

$$R = \frac{2 \cos. \gamma}{M \sqrt{\left\{1 - \frac{\sin. \gamma^2}{M^2}\right\}}} \pm \frac{a \cos. \gamma}{p \cos. \varphi}. \text{ Denn wenn}$$

v aufhört, eine veränderliche Gröfse zu seyn, so wird $a \log. m \sin. \gamma = 0$ und m' eine beständige Gröfse $= M$. Dieser Werth von R nimmt immer weiter ab, je mehr $\sin. \varphi$ wächst, während er umgekehrt bei der geschichteten Kugel durch die Zunahme von $\sin. \varphi$, die nach einem gröfsern Verhältnifs als die Abnahme von $\cos. \varphi$ erfolgt, vergrößert wird. Wenn also bei der ungeschichteten Kugel R für $\sin. \varphi = 0$ gröfser als 1 ist, so bleibt R dies fortwährend bis zur entgegengesetzten Gränze, und damit dauert zugleich der negative Zustand von $b h$ fort. Die Strahlen eines leuchtenden Puncts, die durch eine geschichtete Kugel

gebrochen sind, gehen folglich auf die Art, wie sie in Fig. 4 vorgestellt sind, von der hintern Fläche NQ des brechenden Körpers zur verlängerten Axe MQ desselben. Die äussern cI , bH schneiden diese Axe bei der Zunahme des Winkels φ in immer kleinern Entfernungen QI , QH und unter immer größern Winkeln; die innern AF , BG hingegen treffen, von einem gewissen Punct D an, in welchem sie und die innern ein Minimum der Abweichung haben, beim Wachsen des Winkels φ mit der verlängerten Axe MQ in immer größern Entfernungen QF , QG und unter immer kleinern Winkeln zusammen, und es giebt für jeden der innern Strahlen einen äussern, der mit ihm einerlei Focaldistanz hat. Die ungeschichtete Kugel bricht alle Strahlen auf die Art, daß von dem innersten cI an, der die Axe MQ in der größten Entfernung QI und unter einem unendlich kleinen Winkel schneidet, jeder folgende bH bis zum äussersten mit MQ in einem immer kleinern Abstand QH und unter einem immer größern Winkel zusammenkömmt. Diese verschiedene Brechungsweise bringt eine ganz andere Verbreitung des Lichts auf dem Bilde des strahlenden Puncts durch eine geschichtete Kugel als durch eine ungeschichtete hervor. Wenn in dem Punct D eine Fläche PD steht, die das Bild vD des strahlenden Puncts auffängt, so wird durch die ungeschichtete Kugel das Licht auf dem Bilde sehr unregelmäßig vertheilt, und es gehen zum Rande desselben desto weniger Strahlen, je mehr dieses sich ausbreitet. Die geschichtete Kugel bewirkt bis zu der Gränze, wo sie die Strahlen auf gleiche Art wie die ungeschichtete zu brechen anfängt, eine

weit gleichförmigere Vertheilung des Lichts, indem sie bis dahin die Strahlen in derselben Ordnung dem Brennpuncte zusendet, worin sie dieselben von dem strahlenden Punct empfangen hat. Sie erzeugt deswegen, selbst bei einer bedeutenden Abweichung der Strahlen von einem gemeinschaftlichen Brennpunct, doch immer ein Bild mit scharf umschriebenen Rändern, was die ungeschichtete Kugel nicht thut.

20. Es sey jetzt in Fig. 5 die Halbkugel, wovon ABN die vordere Fläche ist, und welche M zum Mittelpunct hat, auf dieser Seite ABN soweit mit einem undurchsichtigen Ueberzug bedeckt, dafs nur eine runde Oeffnung für den Durchgang der Strahlen bleibt, die den Punct A , durch welchen die Axe MA der Halbkugel geht, zum Centrum hat, und sich nach der Verschiedenheit der Entfernung p so verengert oder erweitert, dafs für den äufsersten, aus jedem Punct der verlängerten Axe AM auf AN fallenden Strahl das Product $p \sin. \varphi$ immer eine beständige Gröfse ist. Dieses wird dann eine solche Gröfse seyn, wenn sich die Oeffnung, die AB für die Entfernung pM ist, bei einer kleinern Entfernung PM soweit bis auf AF verengert, dafs $MP. \sin. FPM = Mp. \sin. BpM$ bleibt. Es folgt aus dieser Gleichung die Proportion $Mp: MP = \sin. FPM: \sin. BpM$. Ist also $Mp > MP$, so wird der Winkel $FPM > BpM$ seyn. Ferner verhält sich $BM (=a): \sin. BpM = pM: \sin. bBM$ und $FM (=a): \sin. FPM = PM: \sin. mFM$. Hiernach ist $\frac{pM. \sin. BpM}{\sin. bBM}$

$$= \frac{P M. \sin. F P M}{\sin. m F M}, \text{ woraus weiter folgt } \sin. b B M:$$

$$\sin. m F M = p M. \sin. B p M : P M. \sin. F P M.$$
 Da nun $P M. \sin. F P M = p M. \sin. B p M$, so ist auch der Winkel $b B M = m F M$. Weil endlich $B M p = b B M - B p M$ und $F M P = m F M - F P M$, so ist $b B M - B p M > m F M - F P M$, mithin $B M p > F M P$ und $B A > F A$.

21. Aus unsern obigen Untersuchungen über die Gesetze der Strahlenbrechungen in einer geschichteten Kugel ergab sich, dafs wenn für den äufsersten, aus jedem Punct p (Fig. 5) der verlängerten Axe $A M$ auf B fallenden Strahl das Product $p \sin. \varphi (= a \sin. \gamma)$ eine beständige Gröfse ist, auch 2ζ bei allen Veränderungen der beiden einzelnen Factoren dieses Products unverändert bleibt. Setzen wir also den Winkel $B M A = \varepsilon$, so würden, wenn auch dieser, welcher $= \gamma \mp \varphi$ ist, im vorliegenden Fall eine constante Gröfse wäre,

$$\begin{aligned}
 \text{die Gleichung (§. 11) } X &= \frac{- a \sin. \gamma}{\sin. (2 \zeta + 2 \gamma \mp \varphi)} \\
 &= \frac{- a \sin. \gamma}{\sin. (2 \zeta + \gamma + \varepsilon)} \text{ keine andere als beständige}
 \end{aligned}$$

Gröfsen enthalten. Eine solche kann nun zwar ε nie seyn, wenn $p \sin. \varphi$ eine solche ist. Dieser Winkel ε verändert sich aber um so weniger, je gröfser die Entfernung p und je kleiner der Winkel φ ist, und er kann auch bei $p \sin. \varphi = \text{Const.}$ für eine beständige Gröfse angenommen werden, wenn der Punct P , welcher der brechenden Kugel am nächsten liegt, soweit von dem, aus F auf $P M$ gefällten Perpendikel $F o$

entfernt und der Winkel $\angle F P o$ so klein ist, daß $P o = P M$ und $\sin. \angle F P o = \tan. \angle F P o$ gesetzt werden darf. In diesem Falle wird, wenn man von B auf $p M$ den Perpendikel $B q$ zieht, um so mehr noch $p q = p M$ und $\sin. \angle B p M = \tan. \angle B p M$ seyn. Es ist aber $o M. \tan. \angle F M o = F o = P o \tan. \angle F P o$ und $q M. \tan. \angle B M q = B q = p q. \tan. \angle B p q$. Kann folglich $o M. \tan. \angle F M o = p \sin. \varphi = p q. \tan. \angle B p q$ gesetzt werden, so tritt der Fall ein, wo $F o = B q$ wird, die Punkte F und B zusammenfallen, und die äussersten Strahlen $P F$, $p B$, die von den Punkten p , P durch die Oeffnungen $A B$, $A F$ dringen, nach ihrem Durchgange durch die Kugel die verlängerte Axe $M A$ in einem gemeinschaftlichen Brennpunkte treffen. Es giebt aber für jeden der Strahlen, die von p zwischen B und A auf $B A$ fallen, z. B. für $p i$, einen Strahl $P k$ des leuchtenden Puncts P , welcher so einfällt, daß auch $M p. \sin. \angle i p M = M P. \sin. \angle F P M$ ist. Es werden folglich diese Strahlen $i p$, $k P$ nach ihrer Brechung ebenfalls mit der verlängerten Axe $A Q$ der Kugel in einerlei Punct zusammenkommen, und so wird der ganze, von p auf $B A$ fallende Strahlenkegel durch die Refraction, die er in der Kugel erleidet, die nemliche Basis und Höhe erhalten, welche der bekömmte, der P zur Spitze und $A F$ zur Basis hat, vorausgesetzt, daß die bei einerlei Entfernung $M P$ unter verschiedenen Winkeln $\angle k P A$, $\angle F P A$ von P ausgehenden Strahlen einerlei Brennpunct haben. Wir haben nun zwar gesehen, daß eine geschichtete Kugel diese Strahlen obgleich genauer als eine ungeschichtete, doch auch nicht vollkommen in einem einzigen Punct vereinigt,

und eine, von aller Abweichung freie Brechung von Strahlen, die aus verschiedenen Entfernungen und unter verschiedenen Winkeln auf die brechende Fläche fallen, ist also auch dann nicht durch eine geschichtete Kugel zu bewirken, wenn die Winkel, welche die äussersten Strahlen des leuchtenden Puncts mit der Axe der Kugel machen, durch eine Oeffnung von veränderlicher Weite mit der Entfernung des Puncts in ein festes Verhältniß gesetzt werden. Allein die Abweichung kann hierbei doch so gering seyn, daß sie dann, wenn nicht ein mathematischer, sondern nur ein physischer Punct zum Brennpunct erfordert wird, als nicht vorhanden betrachtet werden kann.

22. Es läßt sich aber auch zeigen, daß das angegebene Mittel, eine geschichtete Kugel mit einer Pupille, die sich der Verschiedenheit des Products $p \sin. \varphi$ gemäß erweitert und verengert, das einzige ist, wodurch das Problem, zu machen, daß die Strahlen eines leuchtenden Puncts, der aus verschiedenen Entfernungen wirkt, in einerlei Entfernung von der hintern Fläche des brechenden Mediums zusammenkommen, so genau wie möglich aufgelöst werden kann. Gäbe es ein anderes, so müßte dieses in irgend einer krummen Linie zu suchen seyn. Es sey ABN (Fig. 6) eine solche Curve, PK die verlängerte Axe derselben, P ein leuchtender Punct in dieser Axe, dessen Strahl PBa in B nach BK gebrochen wird, und C ein fester Punct in PK . Man ziehe nach B auf AN die Normallinie MB , aus M auf BK den Perpendikel MI , und aus eben diesem Punct M nach einem andern Punct L in BK die Linie $ML = MB$, und verlängern diese

willkürlich nach F. Wie bisher sey der Winkel $P = \varphi$, $PC = p$, $aBM = \gamma$ und $BMI = IML = \mathcal{Z}$, hingegen $CK = C$ und die Normallinie BM , die bisher $= a$ war, die aber jetzt nicht für eine beständige Gröfse gelten kann, $= z$. Die brechende Kraft des, von ABN begränzten Mediums möge $= \mu$ seyn. Aus der Figur ist klar, dafs, eben so wie im Vorigen, der Winkel $LMK = 2R - 2\mathcal{Z} + \gamma - \varphi$ bei einer positiven Entfernung p ist, dafs aber der Winkel FLK , der oben $= aBM = \gamma$ war, jetzt $= MLB = MBL = R - \mathcal{Z}$, mithin $\sin. LKM = \sin. (\gamma - \mathcal{Z} - \varphi)$ und $MK = \frac{\cos. \mathcal{Z}}{\sin. (\gamma - \mathcal{Z} - \varphi)}$ wird. Die

letzte der Gleichungen des 16 § für X , geht also, wenn man im Nenner des Bruchs, dem X gleich ist, z und μ statt a und Q setzt, für eine positive Entfernung p in die folgende über:

$$C = p : \mu \cdot \left\{ \frac{p \cos. \varphi}{z} \left\{ \frac{1}{\mu} \sqrt{1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{z^2}} - \sqrt{1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{z^2 \mu^2}} \right\} \right. \\ \left. + \sqrt{1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{z^2 \mu^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{z^2}} + \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{\mu z^2} \right\}$$

Hier kann die Entfernung MK eben so wenig als im vorigen Fall eine ganz unveränderliche Gröfse seyn, solange die vorstehende Gleichung unverändert für sie gilt. Sie kann sich nur einer solchen nähern, wenn in ihr z , eben so wie sonst Q , im umgekehrten Verhältnifs mit $p \sin. \varphi$ steigt und fällt. Es bleiben aber dann immer noch p im Zähler und $p \cos. \varphi$ nebst $\frac{p \sin. \varphi}{\mu}$ im Nenner des Bruchs, dem C gleich ist, übrig, womit z nicht im Gegensatze steht und deren

Einfluss auf die Verschiedenheit von MK nach der Verschiedenheit von p und φ durch z nicht gehoben werden kann.

23. Unter gewissen Umständen und bei gewissen Veränderungen der Gleichung kann jedoch allerdings C einen beständigen Werth erhalten. z ist in derselben die Normallinie der krummen Linie für den Punct B . Man ziehe nach eben diesem Punct auf Pa den Perpendikel BD . Dieser ist nun $= p \sin. \varphi$, und wenn z etwas beitragen soll, daß MK einen beständigen Werth erhält, so muß z zu BD in einem festen Verhältniß stehen. Es sey α irgend eine ganze oder gebrochene Zahl, und $z = \alpha p \sin. \varphi$. Substituirt man diesen Werth in der obigen Gleichung, so wird

dadurch in ihr der Bruch $\frac{p \sin. \varphi}{z}$ in $\frac{1}{\alpha}$ verwandelt,

und ist nun im Nenner des Werths von C

$$\frac{1}{\mu} \sqrt{1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{z^2}} = \sqrt{1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{z^2 \mu^2}} = A,$$

$$\text{und } \sqrt{1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{z^2 \mu^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{z^2}} = B,$$

so sind $\frac{1}{\alpha}$, A und B beständige Gröfsen, und es wird

$$C = \frac{p}{\mu \left\{ \frac{\cos. \varphi}{\alpha \sin. \varphi} A + B + \frac{1}{\alpha^2 \mu} \right\}} = \frac{\alpha p \tan. \varphi}{\mu \left\{ A + \left\{ \alpha B + \frac{1}{\alpha \mu} \right\} \tan. \varphi \right\}}.$$

Diese Gröfse verändert sich, wenn p und φ sich verändern, obgleich für einerlei p nur wenig und desto weniger, je größer φ wird. Einen beständigen Werth erhält sie nur dann, wenn

1) bloß φ eine veränderliche, hingegen p eine beständige Gröfse und $A = 0$ ist. Dann aber wird

$$\frac{1}{\mu} - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{z^2 \mu^2} = 1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{z^2 \mu^2}, \text{ mithin } \mu = 1.$$

Dieser Fall tritt also nur ein, wenn gar keine Brechung statt findet.

2) Wenn $p = -\mu z$ und z eine constante Gröfse $= a$, also die Curve, wodurch die Brechung geschieht, ein Cirkel ist. In diesem Falle wird $C = \frac{a}{\mu}$.

3) Wenn die Strahlen parallel auffallen, also $p = \infty$ und $\varphi = 0$ ist. Unter diesen Umständen wird $C =$

$$\frac{\alpha}{\mu A} = \frac{\alpha}{\sqrt{\left\{ 1 - \frac{1}{\alpha^2} \right\}} - \sqrt{\left\{ \mu^2 - \frac{1}{\alpha^2} \right\}}} \quad *).$$

*) Gegen die obigen Schlüsse liesse sich einwenden, daß doch von Des Cartes (Geometria. Francof. ad M. 1695. p. 50 sq.) vier Arten von krummen Linien beschrieben sind, wodurch alle, aus einem gewissen Punct ihrer Axe auf sie fallende Strahlen in einerlei Brennpunct vereinigt werden sollen, und daß in Herschel's Werke vom Lichte (S. 98 der Deutschen Uebers.) aus der allgemeinen Formel für die Brennlinie der Curven eine Gleichung für eine krumme Linie der vierten Ordnung abgeleitet ist, wovon dort angegeben wird, sie hebe die Abweichung aller, von einerlei Punct ausgehenden Strahlen, wo der Punct in ihrer Axe auch liegen möge. Allein jene krummen Linien des Des Cartes sind keine stetige Curven, sondern bloß aus Puncten zusammengesetzte Figuren, die keine Tangenten und Normallinien haben. Des Cartes schreibt ihnen aber diese zu, und gründet auf die unrichtige Voraussetzung, daß sie dieselben besitzen, seinen Beweis der Art ihres Brechungsvermögens. Die von Herschel gegebene Gleichung ist bloß aus der willkührlichen Annahme, daß die sämtlichen Abscissen der Brennlinie für irgend eine Curve $= 0$ werden können, entwickelt, und es fehlt dabei der Beweis der Möglichkeit einer solchen Curve als einer stetigen Gröfse.

24. Eine andere Frage ist: Ob ein geschichteter, durchsichtiger Körper, dessen Lagen nach einer Curve von der eben gedachten Art gekrümmt wären, die Abweichung der gebrochenen Strahlen von einem gemeinschaftlichen Brennpunct nicht noch vollständiger als eine geschichtete Kugel heben würde? Wenn a in der letzten Gleichung für X des 16ten § eine veränderliche Gröfse von der Form $\alpha - \beta p \sin. \varphi$ wäre, in welcher letztern α und β einen beständigen Werth hätten, so würde sich a in jener Gleichung auf ähnliche Art wie Q gegen die übrigen Gröfsen verhalten. Die Glieder, die, wenn man Zähler und Nenner des Bruchs der Gleichung mit a und Q multiplicirt hat, a , Q , p und $\cos. \varphi$ zu gemeinschaftlichen Factoren haben, würden nun aber insgesamt veränderliche Gröfsen U und Y seyn, und für einen, nach der obigen Curve geschichteten Körper erhielte man die Gleichung

$$X = \frac{(\alpha - \beta p \sin. \varphi) p}{Q (U (\alpha - \beta p \sin. \varphi) - 2 Q Y p \cos. \varphi)}.$$

Ein Körper, wofür diese Gleichung gilt, kann eben so wenig als eine geschichtete Kugel die Abweichung unter allen Umständen vollkommen haben. In einzelnen Fällen kann er in Hinsicht auf diesen Punct vor einer solchen Kugel den Vorzug haben. Ob er ihr aber im Allgemeinen darin vorgeht, ist eine schwer zu beantwortende Frage.

25. Um für einen bestimmten Werth von p und für die Entfernungen, welche diesem Werthe nahe sind, die Abweichung noch mehr zu vermindern, als blos durch eine geschichtete Kugel möglich ist, bedarf es indess auch nicht grade eines geschichteten Körpers,

dessen Lagen nach einer andern Curve als dem Cirkel gekrümmt sind. Hierzu ist es schon ein Hülfsmittel, wenn sich vor der Kugel eine durchsichtige Fläche befindet, deren Durchschnitt die Gestalt einer, auf jenen Werth von p eingerichteten krummen Linie des 23ten § hat. Die vorhergegangene Brechung durch eine solche Fläche kann machen, daß die Abweichung der Strahlen von einem gemeinschaftlichen Vereinigungspunct durch die nachherige Brechung vermittelt einer geschichteten Kugel nicht nur für jenen Werth von p , sondern auch in minderm Grade für alle übrige Werthe dieser Entfernung p noch mehr verringert wird, als durch die Kugel allein geschehen würde. Auch hebt sie nicht den Vorthail auf, den für die nachherige Brechung durch die Kugel eine bewegliche Pupille dadurch gewährt, daß diese für die äussersten Strahlen des leuchtenden Puncts das Product $p \sin. \varphi$ zu einer beständigen Gröfse macht. Denn, wenn in Fig. 7 DC der Durchschnitt der brechenden Fläche, MP der vordere Quadrant des Durchschnitts der Kugel, ER ein Strahl des Punctes E , der nach SA in dem constanten Verhältnifs $\mu:1$ gebrochen wird, und OS eine aus dem Mittelpunct der Kugel gezogene grade Linie ist, so hat man

$$\sin. RSO : EO = \sin. E : SO,$$

$$\sin. ASO : AO = \sin. A : SO.$$

Es ist also
$$\frac{EO \cdot \sin. E}{\sin. RSO} = \frac{AO \cdot \sin. A}{\sin. ASO} = \frac{\mu \cdot AO \cdot \sin. A}{\sin. RSO},$$

und $EO \cdot \sin. E = \mu \cdot AO \cdot \sin. A$. Wenn also $EO \cdot \sin. E = \text{Const.}$ so ist auch $AO \cdot \sin. A = \text{Const.}$ und da AO die Entfernung des Objects, A der Winkel

zwischen dem äußersten Strahl und der Axe für die Kugel MP ist, so behält das Product aus diesen beiden Gröſsen den beständigen Werth, den $EO \sin. E = p \sin. \varphi$ hatte, vorausgesetzt, daß die Normallinie SO der Curve CD in S durch den Mittelpunkt O der Kugel geht. Ist dies nicht der Fall, so bleibt der Werth des Products $AO \sin. A$ zwar nicht unverändert, wenn p und $\sin. \varphi$ sich verändern, doch immer noch weniger unbeständig, als er bei einem nicht constanten Product $p \sin. \varphi$ ist.

II.

Anwendung

der Lehren des vorigen Abschnitts

auf die Bestimmung der Strahlenbrechungen
im Auge.

Kleinsten Sehewinkel. Papillen der Netzhaut.

26. Bei allen Wirbelthieren ist die Crystalllinse ein geschichteter runder Körper. Bei allen giebt es zwischen derselben und dem Medium, worin die Thiere sehen, eine nach aussen convexe, nach innen concave, durchsichtige Haut, hinter dieser eine Flüssigkeit, die eine stärkere brechende Kraft als jenes Medium hat, und zwischen der Hornhaut und dem Crystallkörper eine durchbohrte Scheidewand, die Iris, deren Pupille bei denen Thieren, die sowohl nahe als entfernte Gegenstände sehen, sich nach der gröfsern oder geringern Entfernung der Objecte erweitert und verengert. Es ist hiernach nicht zu bezweifeln, dafs das Sehen im Allgemeinen nach den, im vorigen Abschnitt entwickelten Gesetzen geschieht, und dafs das Vermögen, einen und denselben Gegenstand in sehr verschiedenen Entfernungen deutlich wahrnehmen zu können, in dem geschichteten Bau der Linse und in der Veränderung des Durchmessers der Pupille nach der Entfernung des

Objects begründet ist. Der Bau des Crystallkörpers und der Hornhaut weicht nun freilich von dem, den wir im vorigen Abschnitt angenommen haben, bei dem Menschen und bei den mehresten Thieren in einigen Stücken ab. Der Crystallkörper ist in der Regel keine Kugel, sondern meist zusammengesetzt aus einem vordern größern und einem hintern kleinern Segment. Er besteht zwar immer aus Schichten, welche da, wo sich seine grofse und kleine Axe scheiden, am dichtesten sind und nach seinem Umfange an Dichtigkeit abnehmen. Allein es läfst sich nicht beweisen, dafs die Zunahme der Dichtigkeit von aussen nach innen genau nach dem, im vorigen Abschnitt (§. 2) angenommenen Gesetze erfolgt. Ferner sind wahrscheinlich die Krümmungen sowohl der Hornhaut als der Linse nicht Kreisbogen, sondern andere krumme Linien. Durch diese Abänderungen können aber die oben aufgestellten Brechungsgesetze nur modifizirt, nicht aufgehoben werden. Wenn bei allen Mängeln der Data, die wir haben, um die Bahn der Strahlen im Auge angeben zu können, Berechnungen, denen diese mangelhaften Data zum Grunde liegen, doch auf Resultate führen, mit welchen die Möglichkeit des Nahe- und Fernesehens ohne andere als die obigen Hülfsmittel bestehen kann, so ist es nicht weiter erlaubt, andere Mittel als diese zur Erklärung jener Möglichkeit anzunehmen. Dafs nun in der That Berechnungen, wobei man von den, im vorigen Abschnitt bewiesenen Gesetzen ausgeht und die Mittelzahlen der bisjetzt am menschlichen Auge gemachten Ausmessungen benutzt, solche Resultate liefern, werde ich jetzt zeigen.

27. Zuerst läßt sich beweisen, daß die Veränderungen des Durchmessers der Pupille beim Nahe- und Fernsehen mit dem, im 20ten und 21ten § bewiesenen Gesetze übereinstimmen, vermöge welchem dieser Durchmesser immer dem Product aus dem Sinus des Winkels, den die äussersten, von dem Object ausgehenden Strahlen mit der Axe der brechenden Fläche machen, in die Entfernung des Objects vom Mittelpunkt dieser Fläche, entspricht und demselben einen beständigen Werth ertheilt. Es giebt ausser diesem Moment kein anderes, wodurch jene Veränderungen bestimmt werden könnten, als das Bedürfnis nach einer größern oder geringern Menge der von dem Gegenstande ausgehenden Strahlen bei einem verschiedenen Abstand desselben vom Auge. Dieses findet freilich auch statt. Wenn ein Punct in der Entfernung von 8 Fuß den nemlichen Eindruck auf die Netzhaut machen soll, wie bei einer Entfernung von 8 Zoll, so müssen bei dem erstern Abstand eben so viel Strahlen von ihm in das Innere des Auges gelangen als bei dem letztern. Allein die Bewegungen der Iris erfolgen bei gleicher Beleuchtung in einem so geringen Verhältniß zur Menge der Strahlen, daß die Befriedigung jenes Bedürfnisses nur ein sehr untergeordneter Zweck der Verengerung und Erweiterung der Pupille seyn kann. Diese hat, wenn das Auge bei mäßiger Erleuchtung auf einen 8 bis 10 Zoll entfernten Gegenstand gerichtet ist, im Mittel einen Halbmesser von 1 Pariser Linie, und die äussersten Strahlen des Objects, die von ihr durchgelassen werden, machen daun mit der Augenaxe

einen Winkel von beinahe 40 Minuten. Ihr Radius wächst bei Vergrößerung der Entfernung des Objects für jede 8 Zoll ungefähr um $\frac{1}{5}$ Linie, bis der Abstand 2 oder $2\frac{1}{2}$ Fufs beträgt, anfangs etwas mehr, nachher etwas weniger. Ueber diese Gränze hinaus ist die Erweiterung nur noch sehr gering. In einem stärker erleuchteten Medium hält die Länge des Radius der Pupille bei einer Entfernung des Objects von 8 Zoll weniger, in einem weniger erhellten mehr als 1 Linie. Die nachherige Zunahme dieses Halbmessers beim Abrücken des Objects vom Auge scheint aber nicht von der obigen verschieden zu seyn. In einem sehr grossen Contrast mit jenen geringen Veränderungen der Pupille stehen nun die, welche eintreten müßten, wenn das Auge einer immer gleichen Quantität Strahlen des Objects bei den verschiedenen Entfernungen desselben zum deutlichen Sehen bedürfte. Der Sinus des Winkels, den die äussersten Strahlen des Gegenstandes mit der Augenaxe machen und den wir von jetzt an Ψ nennen wollen, und mit ihm der Radius r der Pupille würde dann wachsen in gradem Verhältniß mit der Entfernung P des Objects. Wenn dieser Winkel $\Psi = 40'$ für $P = 8$ Zoll ist, so müßte er $= 1^\circ 20'$ für $P = 16$ Zoll seyn. Hierbei aber würden jene Strahlen über die Hornhaut hinaus auf die Bindehaut des Auges fallen.

28. Selbst noch geringerer Veränderungen des Radius r der Pupille, als die obigen sind, bedarf es dagegen, um $P \sin. \Psi$ zu einer constanten Gröfse zu machen. Es sey in Fig. 7 AE die verlängerte Augenaxe, CD der halbe vertikale Durchschnitt der Hornhaut, O der Mittelpunkt der letztern, DX der Halbmesser der

Iris, ZX der Radius der Pupille, E der gesehene Punct und ER einer der äussersten Strahlen desselben, der, nachdem er in S nach der Richtung SA gebrochen ist, von der Pupille bei Z durchgelassen wird. Wenn nun die Entfernung OE des Puncts E von $O = P$, $SEO = \Psi$, der Radius OC der Hornhaut $= b$, das Verhältniß der Brechung durch die wässrige Feuchtigkeit zu der Brechung durch die atmosphärische Luft $= \mu: 1$, der Abstand OX des Mittelpuncts der Pupille vom Mittelpunct der Hornhaut $= f$, $ZX = r$, $RSO = \Gamma$, $OA = p$, $SAO = \varphi$ ist, so wird $\mu p \sin. \varphi = P \sin. \Psi$ (§. 25), $\sin. \varphi = \frac{P \sin. \Psi}{\mu p}$, $AX = f + p$

und $r = (f + p) \text{ tang. anguli sinus } \frac{P \sin. \Psi}{\mu p}$ Da $P \sin. \Psi$ und μ in diesem Werthe von r beständige Grössen sind, und die darin vorkommende Tangente auf der einen Seite durch die Division mit p fast um eben soviel verkleinert, wie auf der andern durch die Multiplication mit p vergrößert wird, so können bei geringen Unterschieden des grössten und kleinsten Werths, den p haben kann, die Veränderungen von r nur sehr gering seyn.

29. Um dies am menschlichen Auge nachzuweisen, wollen wir annehmen, b sey $= 4$ und $f = 3$ Par. Linien. Die wirklichen Mittelzahlen sind zwar nach den Tafeln des 1ten Hefts meiner Beiträge zur Anatomie und Physiologie der Sinneswerkzeuge (S. 22. 23) um einige Zehntheile der Linie hiervon verschieden. Allein in Betreff dieser Dimensionen kömmt es für jetzt auf so geringe Unterschiede noch nicht an. μ ist nach

Brewster's Versulen = 1,3366, und P beträgt, wenn das Object von der Hornhaut um 8 Zoll absteht, $96 + 4 = 100$ Linien. Für einen Winkel Ψ von 40 Minuten, wird also $\log. (P \sin. \Psi) = 10,0657763$. Folglich ist beim Gleichbleiben dieses Logarithmus

$$\Psi = 27' 2'' \text{ für } P = 12'' + b = 148 \text{ Linien.}$$

$$\dots 18' 10'' \dots 18'' + b \dots 220 \dots$$

$$\dots 13' 36'' \dots 24'' + b \dots 292 \dots$$

$$\dots 2' 46'' \dots 120'' + b \dots 1444 \dots$$

$$\dots 0' 0''$$

$$I = 16' 54'' 38''' \} \dots \infty.$$

Hieraus finde ich vermittelst der Formel des vorigen § für r

$$r = 1,064 \text{ Linien für } P = 100 \text{ Linien.}$$

$$\dots 1,076 \dots 148 \dots$$

$$\dots 1,084 \dots 220 \dots$$

$$\dots 1,087 \dots 292 \dots$$

$$\dots 1,095 \dots 1444 \dots$$

$$\dots 1,100 \dots \infty.$$

Bei einem Halbmesser der Hornhaut von 4 Linien und einem Brechungsverhältniss von 1,3366 der wässrigen Feuchtigkeit bedarf es also noch nicht einmal der Veränderungen der Pupille, die in der Regel wirklich statt finden, um $P \sin. \Psi$ zu einer constanten Grösse zu machen. Wir haben indess bei der vorstehenden Berechnung die brechende Wirkung, welche die Hornhaut selber vermöge ihrer bedeutenden Dichtigkeit und wegen des Umstandes, dass ihre beiden Flächen nicht parallele Bogen sind, sondern dass die innere einen kleinern Halbmesser als die äussere hat, auf die Strahlen haben muss, unbeachtet lassen müssen, weil es über diese ihre

Wirkung noch ganz an Erfahrungen fehlt. Auch würde, um die Wahrheit ganz zu erreichen, die Verschiedenheit der Krümmungen ihrer beiden Flächen von der Curvatur des Kreises mit in Rechnung zu ziehen seyn. Wenn man diese Punkte, besonders den erstern, mit berücksichtigte, so würden die Unterschiede zwischen den Veränderungen der Pupille etwas größer als die vorstehenden ausfallen und den wirklichen näher kommen. Allein das Hauptresultat würde doch kein anderes als das seyn, welches wir schon gefunden haben, daßs bei der Voraussetzung, jene Veränderungen würden durch das Bedürfnis bestimmt, $P \sin. \psi$ für jeden Werth von P zu einer unveränderlichen Größe zu machen, dieselben in dem Verhältniß erfolgen, worin sie wirklich statt finden.

30. Ein zweiter Satz, dessen Richtigkeit wir jetzt am menschlichen Auge darthun werden, ist: Daßs durch die Zusammensetzung der Crystalllinse aus Blättern, deren Dichtigkeit nach der Mitte der Linse zunimmt, die Abweichung der Strahlen von einem gemeinschaftlichen Brennpunct gemindert wird, und daßs dadurch die von einem und demselben Punct unter verschiedenen Winkeln ausfahrenden Strahlen innerhalb gewisser Gränzen auf eine andere, der sonstigen entgegengesetzte und mehr als diese dem deutlichen Sehen angemessene Art gebrochen werden. Der Beweis läßt sich zwar nur unter der Voraussetzung führen, daßs die brechenden Flächen der Linse kreisförmig gekrümmt, und die Wege der Strahlen in derselben grade Linien sind, deren

Neigungen gegen die Linie Mi der 1ten Figur durch die im 14ten § für den veränderlichen Exponenten v der brechenden Kraft m' angegebene Formel $v = a(1 - \sin. \gamma)$ bestimmt werden. Aus dem gegenseitigen Verhältniß der Zahlen, die wir bei diesen und andern ungünstigen Voraussetzungen erhalten werden, wird sich aber auf das schliessen lassen, was die Natur mit günstigeren Mitteln zu bewirken vermag. Zuvörderst haben wir die Gleichungen aufzusuchen, vermittelt welcher die Rechnung in Zahlen für die Brechung durch einen linsenförmigen, durchsichtigen Körper zu führen ist. In Fig. 8 ist BRD der vertikale Durchschnitt der obern Hälfte einer solchen Linse, Bl die verlängerte Axe derselben, Q der Mittelpunkt der vordern Fläche BR , C das Centrum der hintern Fläche DR , Ll ein Strahl, der aus einer negativen Entfernung Ql auf die vordere Fläche BR fällt und nach der Richtung AF gebrochen wird, QA ein aus Q nach A gezogener Halbmesser von BR , und CG ein Halbmesser der hintern Fläche DR , der von C nach G geht. Wir nehmen an, daß der Strahl Ll von einem Punct kömmt, der eine negative Entfernung Ql hat, weil alle, auf die Linse fallende Strahlen nach ihrer Brechung durch die Hornhaut eine solche erhalten. Es sey $QA = QB = a$, $CG = CD = c$, $BD = \beta$, $Cl = p$, der Winkel $l = \varphi$, $QAl = \gamma$, $QAF = \vartheta$, das Brechungsverhältniß der Linse in BR gegen das der wässrigen Flüssigkeit, aus welcher der Strahl kömmt, $= m. 1$, dasselbe Verhältniß der wässrigen Flüssigkeit gegen den Glaskörper, in welchen der Strahl nach seinem Austritt aus der Linse gelangt, $= 1: \tau$, und

die Zahl der Schichten, woraus die Linse besteht, $= \omega$.
Die brechende Kraft der Linse ist also in $A = m^{\omega (1 - \sin. \gamma)}$.

Folglich wird $\sin. \vartheta = \frac{\sin. \gamma}{m^{\omega (1 - \sin. \gamma)}} = \frac{p \sin. \varphi}{a m^{\omega (1 - \sin. \gamma)}}$.

Nun ist $F = \gamma + \varphi - \vartheta$, und $CQ = a + c - \beta$,

also $QF = \frac{a \sin. \vartheta}{\sin. F} = \frac{a \sin. \vartheta}{\sin. (\gamma + \varphi - \vartheta)}$. Hieraus

ergiebt sich $CF = CQ + QF$, $\sin. MGF = \frac{CF \sin. F}{c}$.

Diese Gröfse ist der Sinus des Winkels, den der gebrochene Strahl AG mit CG machen würde, wenn er in derselben Richtung, die ihm durch die brechende Kraft $m^{\omega (1 - \sin. \gamma)}$ ertheilt ist, fortginge. Gelangte er bei G wieder in die wässrige Flüssigkeit, woraus er bei A in die Linse übergegangen war, so käme er aus der Richtung GF in die Lage GK , wobei $\sin. MGK = \sin. MGF \cdot m^{\omega (1 - \sin. \gamma)}$ seyn würde. Er tritt aber aus G in den Glaskörper, dessen brechende Kraft sich zu der der wässrigen Flüssigkeit wie $\tau : 1$ verhält. Mithin nimmt er eine Richtung GE , bei welcher $\sin. MGE = \frac{\sin. MGK}{\tau}$ ist. Aus den gefundenen

Winkeln F , MGF und MGE erhält man weiter: $GCF = MGF - F$ und $E = MGE = GCF$.
Wenn also $E = \Sigma$ und $DF = X$ ist, so hat man:

$CE = \frac{c \sin. MGE}{\sin. \Sigma}$ und $X = CE - c$.

31. Bei der Anwendung dieser Formeln auf bestimmte Fälle kömmt es in Betreff der Dimensionen des innern Auges für unsern jetzigen Zweck noch nicht

auf eine sehr scharfe Bestimmung derselben an. Es genügen dazu folgende Voraussetzungen, wobei wir die im 28ten, 29ten und vorigen § gewählten Bezeichnungen und Dimensionen beibehalten: $a = 3'''$, $c = 2'''$, $\beta = 2'''$. Wir können ferner annehmen, daß die Hornhaut und die vordere Fläche der Linse einerlei Mittelpunkt Q (Fig. 8) haben. Wenn also, wie im 29ten §, der Radius b der Hornhaut $= 4'''$, und der Abstand f des Mittelpuncts der Pupille vom Centrum der Hornhaut $= 3'''$ ist, so liegt jener Mittelpunkt in dem vordern Ende B der Axe BD der Linse. Die mittlere brechende Kraft der ganzen Linse des menschlichen Auges ist in Verhältniß zur brechenden Kraft der Luft nach Brewster $= 1,3839$. Gegen die brechende Kraft der wässrigen Flüssigkeit, die $= 1,3366$ ist, wird also die der Linse $= 1,0353$ seyn. Die Dicke der Schichten fand ich in der letztern, bei wiederholten micrometrischen Messungen des Queerdurchschnitts der Blätter von Crystallkörpern des menschlichen Auges, die in Weingeist erhärtet waren, $= 0,0005$ Linien. Enthielte also die vordere Hälfte der Linse eben soviel Schichten wie die hintere, so würde die Zahl ω derselben, bei einer Axe dieses Körpers von 2 Linien, $= 1500$ seyn. Dies ist zwar nicht der Fall. Die vordere Hälfte hat mehr Schichten als die hintere. Allein der Unterschied ist in der Linse des Menschen nicht so groß, daß er auf die Resultate der folgenden Berechnungen bedeutenden Einfluß haben kann. Setzen wir nun, wie oben, die brechende Kraft der ganzen Linse im Mittel $= M$, die ihrer ersten Schichte $= m$ und die Zahl der Schichten $= \omega$, und ist die Progression, in welcher

die Exponenten von m fortgehen, eine arithmetische, die mit 0 anfängt, sich mit ∞ endigt und die Zahl 1 zum Unterschied ihrer Glieder hat, so ist $M = \frac{1 + m^{\infty}}{2}$,

also $\log. m = \frac{\log. (2 M - 1)}{\infty}$. Folglich wird für

die menschliche Linse $\log. m = \frac{\log. (2 (1,0353) - 1)}{1500}$

$= 0,0000197$ und $m = 1,000045$. Endlich haben wir noch die Zahl τ des Verhältnisses der brechenden Kraft der wässrigen Flüssigkeit zu der des Glaskörpers zu bestimmen, um alle Gröſsen zu besitzen, deren wir im Folgenden bedürfen. Diese ist nach Brewster, verglichen mit der brechenden Kraft der Luft, $= 1,3394$.

Also wird $\tau = \frac{1,3394}{1,3366} = 1,0029$.

32. Nach den Formeln des 28ten und 30ten §, und mit den Zahlen des vorigen § habe ich die Werthe von $E = \Sigma$ (Fig. 8) und $D F = X$ zuerst für die Fälle berechnet, wenn, wie im 29ten §, $\log. (P \sin. \Psi) = 10,0657763$ ist und P den Werth von $100''$, $148''$, $220''$, $292''$ und ∞ hat. Hierbei wird $\Psi = 40$ Minuten für $P = 100$ Linien (§. 29). Nimmt nun Ψ bis auf 30 Minuten ab, so erhält man für diesen Fall $\log. (P \sin. \Psi) = 9,9408419$, und daraus findet sich:

$$\Psi = 20' 16'' \text{ für } P = 148''.$$

$$. . . 13' 38'' . . . 220''.$$

$$. . . 10' 16'' . . . 292''.$$

$$. 0 \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} \Psi = 20' 16'' \\ . . . 13' 38'' \\ . . . 10' 16'' \\ 0 \end{matrix}} \right\} \infty.$$

$$\Gamma = 12^{\circ} 36' 4'' \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} \Psi = 20' 16'' \\ . . . 13' 38'' \\ . . . 10' 16'' \\ 0 \end{matrix}} \right\} \infty.$$

Wir haben also hiermit zwei Reihen von Entfernungen P und Winkeln Ψ , die wir A und B nennen wollen. In jeder derselben ist $P \sin. \Psi$ eine beständige Gröfse, und in jeder kommen die Entfernungen 100, 148, 220, 292, ∞ vor, die wir mit I, II, III, IV, V bezeichnen werden.. Für die Reihe B habe ich ebenfalls die Werthe von Σ und X in Zahlen aufgesucht, und dann habe ich eben diese Werthe auch für die Reihen A und B nach der Voraussetzung berechnet, dafs die im vorigen § angegebene Linse eine gleichförmig brechende Kraft $M = 1,0353$ habe, welche die mittlere zwischen der gröfsten und kleinsten der vorigen ist (§. 31). Auf diesem Wege ergaben sich mir die folgenden Resultate, woraus sich die verschiedene Wirkungsart einer geschichteten und ungeschichteten Linse in Rücksicht auf die Brechung der Strahlen im Allgemeinen abnehmen läfst.

1.

Werthe von Σ und X nach der Brechung durch eine geschichtete Linse.

I) Für $P = 100''$

und A) $\Psi = 40'$ wird $\Sigma = 6^\circ 16' 8''$ und $X = 8,223''$.

. . B) . . $30'$ $4^\circ 43' 45''$ 8,168.

II) Für $P = 148''$

und A) $\Psi = 27' 2''$ wird $\Sigma = 6^\circ 30' 43''$ und $X = 7,948$.

. . B) . . $20' 16''$ $4^\circ 53' 51''$ 7,923.

III) Für $P = 220''$

und A) $\Psi = 18' 10''$ wird $\Sigma = 6^\circ 40' 41''$ und $X = 7,771$.

. . B) . . . $13' 38''$ $5^\circ 1' 11''$ 7,754.

IV) Für $P = 292''$

und A) $\Psi = 13' 42''$ wird $\Sigma = 6^\circ 45' 44''$ und $X = 7,684$.

. . B) . . . $10' 16''$ $5^\circ 5' 2''$ 7,675.

V) Für $P = \infty$

und A) $I = 16^{\circ} 54' 38''$ wird $\Sigma = 7^{\circ} 1' 13''$ und $X = 7,432''$

. . B) . . $12^{\circ} 36' 4''$ $5^{\circ} 16' 17''$ $7,424$.

Differenzen der vorstehenden Werthe von X.

a) Für verschiedene Winkel und verschiedene
Entfernungen.

$$X \text{ (I. A)} - X \text{ (II. A)} = 8,223 - 7,948 = 0,275.$$

$$X \text{ (II. A)} - X \text{ (III. A)} = 7,948 - 7,771 = 0,177.$$

$$X \text{ (III. A)} - X \text{ (IV. A)} = 7,771 - 7,684 = 0,087.$$

$$X \text{ (IV. A)} - X \text{ (V. A)} = 7,684 - 7,432 = 0,252.$$

b) Für verschiedene Winkel und einerlei Entfernungen.

$$X \text{ (I. A)} - X \text{ (I. B)} = 8,223 - 8,168 = 0,055.$$

$$X \text{ (II. A)} - X \text{ (II. B)} = 7,948 - 7,923 = 0,025.$$

$$X \text{ (III. A)} - X \text{ (III. B)} = 7,771 - 7,754 = 0,017.$$

$$X \text{ (IV. A)} - X \text{ (IV. B)} = 7,684 - 7,675 = 0,009.$$

$$X \text{ (V. A)} - X \text{ (V. B)} = 7,432 - 7,424 = 0,008.$$

2.

Werthe von Σ und X nach der Brechung
durch eine ungeschichtete Linse.

I) Für $P = 100''$

und A) $\psi = 40'$ wird $\Sigma = 5^{\circ} 31' 23''$ und $X = 9,438''$.

. . B) . . $30'$ $4^{\circ} 0' 21''$ $9,769$.

II) Für $P = 148''$

und A) $\psi = 27' 2''$ wird $\Sigma = 5^{\circ} 44' 40''$ und $X = 9,115$.

. . B) . . $20' 16''$ $4^{\circ} 10' 46''$ $9,408$.

III) Für $P = 220''$

und A) $\psi = 18' 10''$ wird $\Sigma = 5^{\circ} 55' 8''$ und $X = 8,866$.

. . B) . . $13' 38''$ $4^{\circ} 17' 51''$ $9,175$.

IV) Für $P = 292''$

und A) $\psi = 13' 42''$ wird $\Sigma = 6^{\circ} 0' 0''$ und $X = 8,758$

. . B) . . $10' 16''$ $4^{\circ} 21' 27''$ $9,061$.

V) Für $P = \infty$

und A) $I = 16^{\circ} 54' 38''$ wird $\Sigma = 6^{\circ} 16' 2''$ und $X = 8,422''$

. . B) . . $12^{\circ} 36' 4''$. . . $4^{\circ} 32' 25''$. . . $9,733$.

Differenzen der vorstehenden Werthe von X.

a) Für verschiedene Winkel und verschiedene
Entfernungen.

$$X \text{ (I. A)} - X \text{ (II. A)} = 9,438 - 9,115 = 0,323.$$

$$X \text{ (II. A)} - X \text{ (III. A)} = 9,115 - 8,866 = 0,249.$$

$$X \text{ (III. A)} - X \text{ (IV. A)} = 8,866 - 8,758 = 0,108.$$

$$X \text{ (IV. A)} - X \text{ (V. A)} = 8,758 - 8,422 = 0,336.$$

b) Für verschiedene Winkel und einerlei Entfernungen.

$$X \text{ (I. A)} - X \text{ (I. B)} = 9,438 - 9,769 = - 0,331.$$

$$X \text{ (II. A)} - X \text{ (II. B)} = 9,115 - 9,408 = - 0,293.$$

$$X \text{ (III. A)} - X \text{ (III. B)} = 8,866 - 9,175 = - 0,209.$$

$$X \text{ (IV. A)} - X \text{ (IV. B)} = 8,758 - 9,061 = - 0,303.$$

$$X \text{ (V. A)} - X \text{ (V. B)} = 8,422 - 8,733 = - 0,311.$$

33. An den vorstehenden Zahlen findet man in concreten Fällen bestätigt, was sich als allgemein gültig aus den Gleichungen für die Brechungen durch eine geschichtete und ungeschichtete Kugel ergab. Man sieht daraus, daß die Zusammensetzung des brechenden Körpers aus Blättern von einer Dichtigkeit, die in geometrischer Progression vom Umfange nach dem Mittelpunkt der Kugel zunimmt, erstens die Abweichung der gebrochenen Strahlen von einem gemeinschaftlichen Brennpunct vermindert. Diese Verminderung erstreckt sich eben sowohl auf die Abweichung, die bei verschiedenen Entfernungen eintritt, als auf die, welche bei verschiedenen Winkeln und einerlei Entfernung vorkömmt. Doch äussert sie sich an der letztern in höherm Grade als an der erstern. Es zeigt sich

zweitens, daß die blättrige Textur des brechenden Körpers eine Abweichung bewirkt, welche der, die ein gleichförmig dichter Körper hervorbringt, innerhalb gewisser Gränzen grade entgegengesetzt ist, und daß diese Gränzen für die Linse des menschlichen Auges die des deutlichen Sehens sind. Diese bricht die Strahlen, die durch die Pupille zu ihr gelangen, so, daß bei einerlei P dem größern Winkel Ψ eine größere, dem kleinern eine kleinere Focaldistanz entspricht. Eine ungeschichtete Linse giebt umgekehrt bei einerlei P für den größern Winkel Ψ eine kleinere, für den kleinern eine größere Focaldistanz. Man findet drittens eine weit größere Regelmäßigkeit in der Ab- und Zunahme der Abweichungen bei der Brechung durch eine geschichtete Linse als bei der Refraction durch eine gleichförmig dichte. Dies fällt vorzüglich auf, wenn man die Differenzen a) von 1) mit den nemlichen Unterschieden von 2) vergleicht. Die Abweichungen werden für die geschichtete Linse, aber nicht für die ungeschichtete, in einer regelmässigen Progression immer geringer, je größer die Entfernung P und je kleiner der Winkel Ψ wird.

34. Auf dieser Brechungsart der Strahlen durch eine solche blättrige Linse, wie der Mensch und alle Wirbelthiere besitzen, beruhet das Vermögen derselben in verschiedenen Entfernungen deutlich zu sehen. Die Abweichungen, die sich im 32ten § ergeben haben, sind zwar noch viel zu groß auch nur für ein Gesicht von geringer Schärfe. Aber gröbere Gegenstände würde doch ein Auge, das eine solche Einrichtung hätte, wie wir im 29ten und 31ten § angenommen haben, innerhalb

einer Weite von 8 Zollen bis zu einer unbestimmten Entfernung deutlich unterscheiden können, und eben so wie für ein gut sehendes menschliches Auge würde auch für ein solches die Veränderung der Gesichtsweite von 8 Zollen bis zu $1\frac{1}{2}$ Fufs keine merkliche Aenderung in der Schärfe des Sehens machen, wenn die Retina zwischen den, zu diesen Entfernungen gehörigen Focal-distanzen durch die Augenaxe ginge. Es sey z. B. in Fig. 9 $B R D Q$ die Linse und $B e$ die verlängerte Augenaxe. $O e O'$ stelle den Kegel vor, den die bei einer Entfernung $P = 100'''$ und unter einem Winkel $\psi = 40''$ auf die Hornhaut fallenden Strahlen hinter der Linse ausmachen, und $G E G'$ sey der Kegel, der den Strahlen entspricht, die bei $P = 220'''$ und bei $\psi = 18' 10''$ zur Hornhaut gelangen. Die Linien $O e$, $O' e$ werden von den verlängerten Linien $G E$, $G' E$ in r , r' geschnitten, und durch diese Punkte r , r' gehe die Retina $M N$. Nun ist $r r'$ das Bild, das sowohl von dem Strahlenkegel $O e O'$ als von dem andern $G E G'$ auf der Netzhaut gebildet wird, und $q r = q r'$ der Halbmesser desselben. Der Gegenstand, dem $O e O'$ angehört, erscheint also dem Auge eben so wie der, welchem $G E G'$ entspricht. Alle übrige Strahlen, die aus einer zwischen $P = 100'''$ und $P = 220'''$ liegenden Entfernung und unter kleinern Winkeln als von 40 Minuten kommen, schneiden nach ihrem Austritt aus der hintern Fläche $R D Q$ der Linse die Netzhaut auf die Art wie $V h$, $V' h$ in Punkten m , m' , die sich zwischen r , r' befinden, und bringen Bilder $m m'$ hervor, die zwar kleiner als das Bild $r r'$, doch von diesem in der Gröfse um so weniger verschieden sind, je geringer im

Allgemeinen die Abweichung der Strahlen von einem gemeinschaftlichen Brennpuncte ist. Die Verschiedenheit wird aber immer merklicher, je mehr P über $220''$ hinaus wächst, oder unter $100''$ abnimmt. Indefs erfolgt im erstern Fall nur dies, daß zwei Puncte, die bei $P = 100''$ bis $220''$ unter einem gewissen Gesichtswinkel als verschieden von einander sich darstellen, bei einer Entfernung P , die über $220''$ hinausgeht, unter einem um so größern Winkel von einander abstehen müssen, je größer P wird, wenn sie noch ferner als verschieden dem Auge erscheinen sollen.

35. Um dies noch näher zu zeigen, müssen wir den Radius $q r$ (Fig. 9) des gemeinschaftlichen Bildes $r r'$ der Strahlenkegel $O e O'$ und $G e G'$ aus den gegebenen Entfernungen $D e$, $D E$ und Winkeln $O e D$, $G E D$ aufsuchen. Es ist aber $r q = E q. \text{tang. } G E D$
 $= c q. \text{tang. } O e D$. Also $E q = \frac{e q. \text{tang. } O e D}{\text{tang. } G E D}$.

Ferner ist $E q = E e - e q$, folglich auch $E e - e q = \frac{e q. \text{tang. } O e D}{\text{tang. } G E D}$, mithin $e q = \frac{E e. \text{tang. } G E D}{\text{tang. } O e D + \text{tang. } G E D}$

und $r q = e q. \text{tang. } O e D = \frac{E e. \text{tang. } G E D. \text{tang. } O e D}{\text{tang. } O e D + \text{tang. } G E D}$.

Aus der bekannten Gröfse $D e$ und der gefundenen $e q$ ergibt sich: $D q = D e - e q$. Wenn nun $V h V'$ ein dritter Strahlenkegel ist, dessen äusserste Strahlen die Augenaxe in h schneiden, und für welchen $D h$ und der Winkel $V h D$ berechnet sind, so hat man $h q = D q - D h$, oder $h q = D h - D q$, und der

Halbmesser q m des Bildes m m' auf der Netzhaut wird für diesen Kegel $= h q \tan \psi$. V h D. Vermittelst der vorstehenden Formeln habe ich folgende Halbmesser der Bilder auf der Netzhaut für die im 32ten § angenommenen Werthe von P und ψ bei der Voraussetzung, daß die Retina durch die Schnaidungspuncte r, r' der Strahlen $O e, O' e, G E, G E'$, die den Entfernungen $P = 100'''$ und $P = 220'''$, und den Winkeln $\psi = 40'$ und $\psi = 18' 10''$ entsprechen, erhalten:

I) Für $P = 100'''$ und A) $\psi = 40'$ wird $qr = 0,0256'''$.	
. B) $30'$ $0,0135$.	
II) $148'''$ A) $27' 2''$ $0,0063$.	
. B) $20' 16''$ $0,0070$.	
III) $220'''$ A) $18' 10''$ $0,0256$.	
. B) $13' 38''$ $0,0219$.	
IV) $292'''$ A) $13' 42''$ $0,0379$.	
. B) $10' 16''$ $0,0291$.	
V) ∞ A) r $16^{\circ}54'38''$ $0,0704$.	
. B) $12^{\circ}36' 4''$ $0,0532$.	

35. Bei der Vorausssetzung, nach welcher diese Werthe von qr berechnet sind, ist der Abstand der hintern Fläche der Linse von der Netzhaut in der Augenaxe $= 8,004'''$. In der Wirklichkeit beträgt das Mittel dieser Entfernung nur $6'''$. Die Brechung der Strahlen im Auge muß also bedeutend stärker seyn, als sie sich in den obigen Berechnungen zeigt. Der Grund des Unterschieds liegt ohne Zweifel zum Theil darin, daß wir die brechende Kraft der Hornhaut nicht mit haben in Anschlag bringen können. Bloss dies kann aber die Ursache nicht seyn. Die so eben angezeigten

Halbmesser der Bilder auf der Netzhaut sind ebenfalls noch zu groß, und können nicht bloß durch eine gleichförmig stärkere Brechung soweit, als nöthig ist, verkleinert werden. Wie klein sie in der Wirklichkeit sind, läßt sich zwar nicht mit völliger Schärfe, doch einigermaßen bestimmen. Ein Mittel hierzu giebt der kleinste Winkel, unter welchem ein Gegenstand noch sichtbar ist. Es sey in Fig. 10 $\angle for$ dieser kleinste Winkel, fr das Object, Eq die verlängerte Augenaxe, die den Winkel $\angle for$ und das Object fr in Z halbt, OP der vertikale Durchschnitt des obern Theils der Hornhaut und CBD der des obern Theils der Linse, deren vordere Fläche BC in I ihren Mittelpunkt hat. Der Strahl rot werde durch die Hornhaut OP in O nach der Richtung OAh , durch die vordere Fläche BC der Linse in A nach AF , durch die hintere Fläche BD der letztern nach GE gebrochen, und Ew sey analog dem Strahl Ev . Ist nun q der hintere Endpunct der innern Augenaxe und vw das Bild des Objects fr auf der Netzhaut, so erscheinen die Puncte f und r dem Auge als verschieden, solange die Bilder der Puncte v und w auf der Netzhaut noch nicht soweit sich ausgebreitet haben, daß sie zusammenfließen. Die Größe der Halbmesser dieser Bilder vor ihrer Vereinigung ist das Maximum, das der Radius des Bildes eines strahlenden Puncts auf der Netzhaut haben darf, wenn er noch einzeln sichtbar seyn soll. Diese Größe findet sich mittelst derselben Formeln, nach welchen der Winkel $\angle Z$ und die Entfernung X im 30ten, und die Bilder der Netzhaut im vorigen § berechnet wurden. Aus dem gegebenen Sinus des Winkels $\angle for$ folgt:

$\sin. A O C = \frac{\sin. \frac{1}{2} f o r}{\mu}$, wenn μ die brechende Kraft der Hornhaut ist. $A O C$ ist aber der Winkel, welchen ein Strahl $O A$, der aus der Entfernung $O I$ kömmt, mit der Augenaxe $O q$ macht.

36. Ueber jenen kleinsten Winkel stellte Tobias Mayer*) Versuche an. Er betrachtete beim bloßen Tageslichte in verschiedenen Weiten erst einzelne schwartze Kreisflächen von $\frac{1}{4}$ bis $\frac{66}{100}$ Par. Linien im Durchmesser, und dann weisse, von schwartzen Rändern umgebene Figuren, die ebenfalls eine verschiedene Gröfse hatten, und bemerkte sich die Entfernungen, in welchen diese Gegenstände noch sichtbar waren und ganz verschwanden. Der Erfolg dieser Versuche war: dafs die isolirten Kreisflächen länger sichtbar blieben und unter einem kleinern Winkel verschwanden, als die weissen, durch schwartze Zwischenräume von einander getrennten Figuren. Für die erstern betrug der kleinste Winkel der Sichtbarkeit, den Mayer den Terminus visionis nennt, 34 Secunden; für die letztern stieg er bis 62". Auf den Erfolg hatte die gröfsere oder geringere Erleuchtung vom Tageslichte keinen bedeutenden Einflufs; beim Kerzenlichte aber trat das Verschwinden der Objecte in weit kleinern Entfernungen als beim Tageslichte ein. Ich habe diese Versuche wiederholt, und obgleich ich mich der bloßen Augen bediente, hingegen Mayer, der kurzsichtig war, eine Lorgnette dabei gebrauchte, so war doch die Gränze des Sehens

*) Experimenta circa visus aciem, in Commentar. Societatis scient. Gotting. T. IV. p. 120.

bei meinen Erfahrungen nicht bedeutend verschieden von der, die er bei den seinigen fand. Bei schwachem Sonnenschein war mir ein weißes Quadrat auf schwarzem Grund, dessen Seite 0,1 Par. Linien betrug, in einem Abstand von 25 Zoll 5 Linien noch sichtbar. In einer Entfernung von 27 Zoll 4 Linien und von 4 Zoll sahe ich bloß noch eine einfarbige, schwarze Fläche. Bei Wiederholung dieses Versuchs zu einer Zeit, wo das Tageslicht durch einen bewölkten Himmel geschwächt war, befand sich das weiße Quadrat in dem Abstand von 23 Zoll auf der Gränze zwischen Sichtbarseyn und Verschwinden. Hingegen für eine schwarze Kreisfläche auf weißem Grund, deren Durchmesser der Seite des weißen Quadrats gleich war, betrug diese Gränze zu jener Zeit in Einem Fall 47 Zoll 8 Linien, in einem zweiten 48 Zoll. Ueberhaupt verschwand mir ein heller Punct auf dunkelm Grunde immer in einer kürzern Entfernung als ein dunkeler Punct auf hellem Grund, welche Farbe auch der letztere haben mochte, wenn sie nur abstechend genug von der des Puncts war. Der Grund hiervon kann kein optischer, sondern nur ein physiologischer seyn, und liegt vielleicht darin, daß die Reizbarkeit der Netzhaut durch einen hellen Grund anders modificirt wird als durch einen dunkeln. Die Gränze der Sichtbarkeit läßt sich nun für das weiße Quadrat auf 24 Zoll, für den schwarzen Punct auf 48 Zoll setzen. Die Tangente des Winkels $f o z$

$$(\equiv \frac{1}{2} f o r) \text{ (Fig. 10) ist aber } = \frac{f z}{o z} = \frac{\frac{1}{2} f r}{o z}.$$

Für den ersten Fall wird also $f o r = 1' 11'' 36'''$, für den zweiten $= 35'' 36'''$. Man sieht, daß diese

Resultate von denen der Mayerschen Versuche nicht bedeutend abweichen, und dafs man den kleinsten Winkel, unter welchem ein Gegenstand bei den günstigsten Umständen noch sichtbar ist, auf eine halbe Minute setzen kann. Wenn ich für f o r diesen annehme, wenn also f o z $= 15''$ ist, und ich voraussetze, dafs das Auge nach den, im 29ten und 31ten § angegebenen Verhältnissen eingerichtet ist, so finde ich, dafs der Punct E, worin der Strahl r o nach seinen Brechungen die Augenaxe schneidet, vor der Hornhaut liegt, und dafs die Entfernung ED desselben von der hintern Fläche BD der Linse in der Augenaxe $= 3,2793$ Linien und der Winkel E $= 9'' 41'''$ ist. Es kömmt nun darauf an, wie hoch man die Entfernung D q der hintern Fläche der Linse von der Netzhaut in der Augenaxe anschlägt. Sie beträgt im Mittel bei dem Menschen etwas über 6 Linien. Giebt man ihr diese Länge, so wird Eq $= 9,2793'''$ und q V $= Eq \cdot \text{tang. E} = 0,00043'''$. Die Zahl 6 für D q paßt indess nicht für die von uns angenommenen Dimensionen des Auges. Für diese ist D q $= 8,004'''$ (§. 35), also Eq $= 11,2793'''$. Hierbei fällt aber die Gröfse von q V nur um ein Zehntausendtel einer Linie von der vorigen verschieden aus. Es wird nemlich dabei q V $= 0,00053'''$.

37. Gegen diese Resultate läfst sich zwar einwenden, dafs bei der Berechnung des Winkels E und der Entfernung ED die Formel $m^{(1 - \sin. \gamma)}$ gebraucht werden mußte, die wir für die veränderliche brechende Kraft der Linse annahmen (§. 30), mit welcher aber dieselbe sich nicht ganz genau bestimmen läfst. Allein die Zahlen, die man vermittelst dieser Formel erhält, weichen weit

weniger bei kleinen Winkeln, die nicht über 15 Secunden hinausgehen, als bei solchen, die mehrere Minuten fassen, von der Wahrheit ab. Es kann qV wohl noch etwas kleiner als 0,0004 Linien, doch auch nicht viel kleiner als dieser Bruch seyn. Hiermit stimmen auch andere Thatsachen überein, die ich bei microscopischen Untersuchungen des innern Baues der Netzhaut entdeckt habe. Eine umständliche Mittheilung derselben verspare ich für ein Werk, worin ich meine sämmtlichen neuern Beobachtungen über die organischen Elemente der thierischen Körper zusammengestellt habe. Hier möge nur soviel davon eine Stelle finden, als für unsern jetzigen Zweck hinreichend ist. Vorläufig muß ich bemerken, daß das ganze Gehirn aus Röhren besteht, die im ganz frischen Zustand und solange keine, ihren äußerst zarten Bau verändernde Einflüsse, zu welchen vorzüglich auch der des Wassers gehört, auf sie gewirkt haben, nicht knotig, sondern allenthalben beinahe gleich weit sind. Diese Cylinder haben einen bedeutend größern Durchmesser im Mark als in der Rinde des Gehirns, und liegen immer in jener Substanz, nicht aber immer in dieser, parallel neben einander. Aus eben solchen Röhren, wie im Hirnmark enthalten sind, bestehen die Sehnerven. In den Riechnerven giebt es Medullar- und zugleich Corticalcylinder. Die übrigen Nerven sind zusammengesetzt aus Bündeln häutiger Scheiden, in welchen eine Substanz eingeschlossen ist, die sich an vielen Stellen als eine Verbindung von unter einander verschlungenen Rindencylindern zeigt. Die Markcylinder des Sehnerven breiten sich, nachdem dieser Nerve durch die Choroidea gegangen ist, auf der auswendigen

Seite der Retina, gleich unter der Jacobschen Haut, divergirend nach allen Richtungen aus. Jeder derselben biegt sich an einer gewissen Stelle seines Verlaufs nach der entgegengesetzten, inwendigen Fläche der Netzhaut um, und endigt sich auf dieser, unmittelbar unter dem Gefäßblatt derselben, als eine halbkugelförmige, oder einem umgekehrten Kegel gleichende Papille. Auf der strahlenförmigen Ausbreitung der Cylinder liegt im Innern der Netzhaut ein feines Gefäßnetz, welches venöser Art zu seyn scheint, und durch dessen Maschen die Cylinder bei ihrer Umbiegung ihren Weg nehmen. Ein anderes Netz, das aus Zweigen der Centralarterie des Sehnerven besteht, und sich auf der inwendigen Fläche der Retina befindet, umgiebt die Basis der Papillen. Bei manchen Thieren verbreiten sich die Zweige des letztern Netzes strahlenförmig von der Insertionsstelle nach dem Umfang der Netzhaut, und sind nach dem Tode von weisser Farbe. Diese Zweige hat man beim Hasen, Kaninchen u. s. w. unrichtig für die Markfasern der Netzhaut gehalten. Sie liegen in dem Gefäßblatt, welches für jede der Papillen eine häutige Scheide bildet.

38. Um diesen Bau wahrzunehmen, ist es nothwendig, an einem hellen Tage von der Netzhaut so eben erst getödteter Thiere sehr kleine Stücke, deren Ränder keilförmig abgeschnitten sind, unbefeuchtet mit Wasser und ungesäubert von den, ihnen etwa anklebenden Theilchen des Glaskörpers, unter das Objectivglas eines zusammengesetzten Microscops zu bringen, das wenigstens 300mal im Durchmesser vergrößert, ein Bild von großer Klarheit giebt, und ein sehr helles Sehefeld

hat. Man sieht auf der auswendigen Fläche solcher Stücke den strahlenförmigen Verlauf der Markcylinder, an ihrem keilförmigen Rand den Uebergang der Cylinder von der äussern zur innern Seite der Netzhaut, und auf ihrer inwendigen Fläche die regelmässig neben einander stehenden Papillen. Die Gefäßnetze und die Scheiden der Papillen lassen sich an solchen Stücken frischer Netzhäute nicht genau beobachten. Hierzu bedarf es sehr dünner, senkrecht von der inwendigen zur auswendigen Fläche der Retina gemachter Abschnitte, die aber sehr schwer von der letztern, wenn sie nicht vorher in Weingeist erhärtet ist, zu bekommen sind. Die Erhärtung verändert sehr die Structur der Haut. Hat man sich indess mit der Art der Veränderung, die der Weingeist hervorbringt, hinreichend bekannt gemacht, so läßt sich aus dem, was man an dem erhärteten Organ sieht, der ursprüngliche Bau abnehmen. Die Markcylinder und die Papillen der Netzhaut haben nicht bei allen Thieren einerlei Breite. Ich fand sie breiter bei Amphibien, besonders beim Frosch, als bei den übrigen Wirbelthieren. Das Nähere erhellet aus den folgenden Messungen, worin ich aber den Halbmesser der Papillen der Netzhaut des Menschen nur als zweifelhaft habe aufführen können, weil ich denselben bei diesem nur an Augen bestimmen konnte, worin sich die Papillen schon von den Markcylindern getrennt hatten und als Kügelchen erschienen, die schwerlich noch von der nemlichen Gröfse wie im Leben waren.

	Halbmesser der Markcylinder der Netzhaut.	Halbmesser der Papillen der Netzhaut.
der Karausche	0,0007 Par. Linien.	0,0008 Par. Linien.
des Frosches	9,0009 — —	0,0014 — —
der Dossenschildkröte (Terrapene clausa).		0,0014 — —
des Staars (Sturnus vulgaris).	0,0004 — —	0,0004 — —
— Schwans	0,0006 — —	0,0008 — —
— Kaninchens	0,0006 — —	0,0007 — —
— Igels	0,0002 — —	0,0002 — —
— Menschen		0,0006 — — ?

39. Diese, durch micrometrische Messungen von mir bestimmten Halbmesser sind meist noch um mehrere Zehntausendtel der Linie gröfser als die Zahl, die wir im 36ten § für das Maximum des Radius fanden, den das Bild eines strahlenden Puncts auf der Netzhaut haben darf, wenn dieser als ein für sich bestehender Punct gesehen werden soll. Nun läfst sich zwar nicht mit völliger Gewifsheit behaupten, dafs von den vereinigten Strahlen eines solchen Puncts immer nur eine einzige Papille beim schärfern Sehen getroffen wird. Aber wahrscheinlich ist es doch, dafs dies geschieht. Die Papillen sind convex und werden ohne Zweifel am schärfsten afficirt, wenn der Mittelpunkt des Bildes, das die vereinigten Strahlen erzeugen, mit der Mitte ihrer Wölbung zusammentrifft. Von zwei Strahlenkegeln, deren Spitzen zugleich auf eine einzige Papille stofsen, kann jeder einzelne nicht so scharf empfunden werden, als wenn er allein darauf wirkt. Wir werden uns also nicht weit von der Wahrheit entfernen können, wenn wir den Radius des Bildes eines physischen Puncts auf

der Netzhaut für das deutliche Sehen zwischen 0,001 und 0,0001 einer Pariser Linie setzen. Die im 35ten § gefundenen Halbmesser sind daher noch 50 bis 60mal gröfser, als sie zum schärfern Sehen seyn dürfen. Es ist aber nicht zu bezweifeln, dafs diese ebenfalls für die Entfernung des Objects von 8 bis 24 Zoll nur um Tausendtel bis Zehntausendtel der Einheit verschieden ausgefallen seyn würden, wenn wir die Mittel gehabt hätten, sie genauer zu berechnen. Für alle Strahlen, die von einem einzigen Punct ausgehen, kann die nach ihrer Brechung eintretende Abweichung von einer gemeinschaftlichen Focaldistanz auf jeden Fall durch kein anderes Mittel als durch die äussere Form und die innere Zusammensetzung der Hornhaut und der Linse vermindert werden. Wir haben aber gesehen, dafs die nehmlichen Ursachen, welche die bei einerlei Entfernung stattfindende Abweichung vermindert, auch auf die wirkt, welche bei verschiedenen Entfernungen eintritt. Wenn also jene Art der Abweichung blos durch die erwähnten Mittel soweit, als zum Sehen nöthig ist, gehoben wird, so ist es ganz überflüssig, noch irgend ein Einrichtungsvermögen des Auges nach der Entfernung des Gegenstandes als Mittel zur Erklärung der Art, wie der zweiten Art von Abweichung abgeholfen wird, zu Hülfe zu nehmen.

40. Da wenig Theile des Auges ausser der Netzhaut mehr übrig sind, worin man nicht ein solches Mittel gesucht hat, so könnte man jetzt auch auf den Gedanken verfallen, durch eine Turgescenz der Papillen dieser Haut werde die kürzere Focaldistanz der Strahlen, die von einem entfernten Gegenstand ausgehen, gegen die längere derer, die von einem nähern Object kommen,

ausgeglichen. Allein das Anschwellen von Halbkugeln, deren Halbmesser nicht mehr als einige Zehntausendtel einer Linie hält, kann nur einen so sehr geringen Einfluß auf die Entfernung der Netzhaut von der Linse haben, daß sich davon keine Accomodation dieser Entfernung nach der Entfernung des Objects ableiten läßt. Eine Turgescenz tritt allerdings ohne Zweifel in den Papillen der Netzhaut wie in allen ähnlichen Papillen sensibler Theile jedesmal ein, so oft wir einen Gegenstand scharf ins Auge fassen, und sie kann allerdings zum schärfern Sehen beitragen, doch nur insofern als sie die Oberflächen im Innern des Auges, worauf sich die Bilder der strahlenden Punkte spiegeln, gespannter und glatter macht, und als mitwirkend mit zwei andern Mitteln: mit einer möglichst genauen Anpassung des Durchmessers der Pupille an die Entfernung des Gegenstandes und an den Winkel, den die äussersten, von ihm ausgehenden Strahlen mit der Augenaxe einschließen, und mit genauer Convergenz der Axen beider Augen in dem Punct, worauf die Aufmerksamkeit gerichtet ist. Wer die Wirkung dieser drei Mittel, wodurch möglich gemacht wird, jedes Object nöthigenfalls noch schärfer zu sehen, als wir es erblicken, wenn es unsere Aufmerksamkeit nicht besonders auf sich zieht, gehörig in Anschlag zu bringen weiß, der wird bei der Erklärung mancher Thatsachen des Sehens, wozu man die sonderbarsten Hypothesen von innern Veränderungen des Auges aufgeboten hat, keine Schwierigkeiten finden und nicht auf solche Ungereimtheiten verfallen, wie man in mehreren Schriften findet, deren Verfasser sich am meisten, über den schwierigsten aller optischen Gegenstände, über das Sehen, die Welt belehren zu wollen, ohne die ersten Elemente der Optik gehörig zu kennen.

III.

Uebereinstimmung der vorgetragenen Theorie mit den Gesetzen des Sehens.

41. Dafs die, im vorigen Abschnitt entwickelte Theorie mit den Gesetzen des Sehens im Allgemeinen übereinstimmt, erhellet aus dem Inhalt des 34ten und der folgenden §phen. Ich werde dieses jetzt noch weiter an einigen einzelnen Puncten beweisen, wovon man bisher unrichtige Ansichten hatte, und die man zum Theil sogar als unvereinbar mit derselben betrachtete. Es wird sich hierbei der blättrige Bau der Crystalllinse als sehr wichtig beim Sehen auch von einer Seite zeigen, die wir im Vorigen noch nicht betrachtet haben. Zu jenen Puncten gehört zuerst der Einfluß der Erweiterung und Verengerung der Pupille auf das Sehen in verschiedenen Entfernungen. Ich kenne keinen Versuch, der diesen nicht darthäte, keine Erfahrung, die der Annahme desselben widerspräche, und keinen, von den Gesetzen der Strahlenbrechung hergenommenen Grund, der als Einwurf dagegen gültig wäre. Macht man in einem Kartenblatt ein rundes Loch, das einen kleinern Durchmesser hat, als die Pupille dann besitzt, wenn man durch sie beim hellen Tageslichte ein Object in der kleinsten Entfernung sieht, worin dasselbe noch

deutlich gesehen wird, und betrachtet dadurch mit dem einen Auge den Gegenstand, während das andere geschlossen ist, so muß man ihn dem Auge weit näher als vorher rücken, um an ihm die nehmlichen Theile unterscheiden zu können, die man an ihm mit dem bloßen Auge wahrnahm. Er erscheint dann aber wie im Nebel. Die Erklärung ist leicht zu finden. Wir würden mit dem bloßen Auge den Gegenstand in der kürzern Entfernung eben so wie durch das Loch der Karte sehen, wenn die Pupille sich soweit verengern könnte, daß der Strahlenbüschel, der vom Gegenstande zur Netzhaut geht, durch sie eben so sehr wie durch das Loch der Karte verschmälert würde. Er enthält aber zu wenig Strahlen, um die Netzhaut so lebhaft rühren zu können, daß der Gegenstand sich eben so deutlich wie in einer größern Entfernung und durch die weitere Pupille darstellte. Blickt man durch die Oeffnung der Karte auf einen entfernten Gegenstand, der einen hellen Hintergrund hat, z. B. auf eine Thurmspitze, so zeigen sich die Umrisse des Ganzen zwar scharf begränzt; aber er erscheint dem bedeckten Auge kleiner als dem bloßen, und seine einzelnen Theile sind nicht mehr so deutlich als vorher zu unterscheiden, wenn sie mit ihm einerlei unscheinbare Farbe haben. Der Grund ist, weil Verschmälerung der Strahlenbüschel, die von dem Object ausgehen, Verkleinerung des Bildes desselben auf der Netzhaut zur Folge hat, zugleich aber auch macht, daß wegen Mangel an hinreichendem Licht seine einzelnen Theile sich nicht mehr so gut wie vorher von einander unterscheiden lassen, wenn sie sich nicht durch eine abstechende Farbe vor ihrer

Umgebung auszeichnen. Im letztern Fall können durch eine enge Oeffnung ihre Umrisse sich schärfer als durch die weitere Pupille darstellen, und sie einzeln wahrnehmbar werden, während das bloße Auge sie gar nicht oder nur mit unbestimmten Umrissen erblickt*).

42. Findet das Gegentheil von dem so eben Vorausgesetzten statt, ist die Pupille in einem Zustande von widernatürlicher Erweiterung, doch dabei das übrige Auge im gesunden Zustande, so wird die Folge davon seyn, daß der Gegenstand, der sonst in einer Entfernung von z. B. 8 Zoll deutlich gesehen wurde, nun bis auf 16 oder 18 Zoll vom Auge weggerückt werden muß, um zu machen, daß sein Bild auf der Retina von dem sonstigen nicht merklich verschieden ausfällt. Hierdurch wird nemlich bewirkt, daß das Product aus der Entfernung P des Objects vom Mittelpunkt der brechenden Fläche und dem Winkel Ψ , den die äussersten seiner Strahlen mit der Seheaxe einschließen, unverändert bleibt. Ganz gleich können zwar hierbei die Bilder aus den, im 21ten § angeführten Gründen einander nicht seyn. Allein da sie sich nie unmittelbar mit einander vergleichen lassen, indem immer nur das eine empfunden, das andere aber aus der Erinnerung vorgestellt wird, so kann ein geringer Unterschied unter

*) Der Erfolg in diesem Fall, der in einem Aufsatz von Tourtual „Ueber den Einfluß der Bewegungen der Iris auf die objectiven Phänomene des Sehens“ (Berliner med. Ztg. 1832. N. 14. 16. 17) als unvereinbar mit meiner Theorie aufgestellt ist, stimmt also ganz mit derselben überein. Die übrigen Einwürfe des Herrn Tourtual scheinen mir keiner Beantwortung zu bedürfen, da diese sich für jeden aufmerksamen Leser des Vorhergehenden und Folgenden von selber ergeben wird.

ihnen nicht zum Bewußtseyn kommen. Und auch diese Differenz verschwindet, wenn der Durchmesser der Pupille im gesunden Zustande und bei einem gewissen Maafs von Erleuchtung grade der Gränze entspricht, auf welcher, nach dem Satz des 19ten §, die Strahlen im Crystallkörper auf eine entgegengesetzte Art gebrochen zu werden anfangen. Die Pupille kann sich dann für die Entfernung des Objects, worin dasselbe am deutlichsten gesehen wird, sehr erweitern, ohne dafs dadurch die Gröfse des Bildes auf der Netzhaut merklich geändert wird. Zum Beweise dieses wichtigen Gesetzes gebe ich hier zuvörderst ein Verzeichnifs der Werthe, welche der Winkel Σ , den der äusserste, vom Object ausgehende Strahl nach seiner Brechung mit der Augenaxe macht, und der Abstand X der Spitze dieses Winkels von der hintern Fläche der Linse nach den Voraussetzungen und Formeln des 29ten § und der folgenden erhält, wenn, bei einer Entfernung $P = 100$ Linien des Objects vom Mittelpunct der Hornhaut, der Winkel Ψ , unter welchem der äusserste Strahl des Gegenstands von der verlängerten Augenaxe ausgeht, von Einer Minute um 10, 20, 30 u. s. w. bis 70 Minuten steigt.

Für $\Psi = 1$ Minute ist $\Sigma = 0^{\circ} 10' 4''$ und $X = 7,637$ Linien.

. 10	1. 38. 9	7,917	. . .
. 20	3. 11. 24	8,066	. . .
. 30	4. 43. 45	8,168	. . .
. 40	6. 16. 9	8,223	. . .
. 50	7. 50. 37	8,190	. . .
. 60	9. 59. 53	7,658	. . .
. 70	15. 21. 25	5,411	. . .

Man sieht hieraus, dafs für ein Auge, welches den gedachten Voraussetzungen gemäß gebauet ist, bei einer 8zölligen Entfernung des Objects von der Hornhaut ein Winkel Ψ von 40 Minuten die Gränze ist, bis zu welcher von $\Psi = 0$ an die Winkel Σ und zugleich die Entfernungen X zunehmen; dafs über $\Psi = 40'$ hinaus die Winkel Σ fortfahren zu wachsen, hingegen die Entfernungen X abnehmen; dafs die Abnahme der letztern von $\Psi = 40'$ bis $\Psi = 50'$ sehr gering ist, über diesen Winkel von $50'$ hinaus aber sehr stark wird, und dafs mit ihrer stärkern Abnahme auch ein sehr starkes Wachsthum des Winkels Σ eintritt. Wegen der geringen Veränderung, die X zwischen $\Psi = 40'$ und $\Psi = 50'$ erleidet, bleiben nun auch die Bilder auf der Netzhaut innerhalb dieser beiden Winkel beinahe unverändert. Wir sahen, dafs bei $P = 100'''$ und $\Psi = 40'$ der Radius des Bildes auf der Netzhaut $= 0,0256'''$ ist. (§. 34.) Grade die nehmliche Länge dieses Halbmessers finde ich aber auch für $P = 100'''$ und $\Psi = 50'$. Der Radius der Pupille wird hierbei $= 1,338'''$. Für $P = 100'''$ und $\Psi = 40'$ ist dieser $= 1,064'''$ (§. 29.) Die Differenz beträgt $0,274'''$. Es kann sich also die Pupille beim Sehen eines 8 Zoll entfernten Gegenstandes beinahe um ein Viertel ihres Halbmessers erweitern, und doch dabei die Wahrnehmung des Objects in der nehmlichen Entfernung unverändert bleiben, wenn durch die weitere Pupille ein weniger intensives Licht als durch die engere einfällt. Das Letztere geschieht bei der Erweiterung derselben, die von dem Grade der Erleuchtung des Mediums abhängt. Hiermit ist also die Frage beantwortet: Wie

bei einer Verschiedenheit dieses Grades und einer ihm entsprechenden Verschiedenheit des Durchmessers der Pupille einerlei Gegenstand in einerlei Entfernung mit gleicher Schärfe gesehen werden kann?

43. Es versteht sich, dafs es auch für alle übrige Entfernungen P und Winkel Ψ eine solche Gränze giebt, auf welcher das Maximum der Entfernung X liegt, dafs sie jedoch nach der Verschiedenheit von P und Ψ früher oder später eintritt. Nimmt P bis unterhalb dem Punct der verlängerten Augenaxe, wobei sich die Pupille nicht mehr verengern kann, z. B. bis auf 4 Linien ab, so steigt Ψ sehr bald bis auf 1 Grad und noch weiter darüber hinaus. Die äussern Strahlen des Objects werden bei diesem verminderten Abstände des letztern immer auf gleiche Art wie durch eine ungeschichtete Linse gebrochen, und es tritt Undeutlichkeit des Sehens wegen Unbestimmtheit der Umrisse des Bildes auf der Netzhaut ein. Hingegen für ein regelmässig gebauetes Auge kann P bis ins Unendliche wachsen, und diese Umrisse bleiben doch immer bestimmt, weil auch bei der grössten Weite, welche die Pupille dann erhält, die äussersten Strahlen des Gegenstandes jene Gränze nicht erreichen, oberhalb welcher bei einerlei Entfernung P die Focaldistanzen und die zu diesen gehörigen Winkel im umgekehrten Verhältnifs steigen und fallen*).

*) In Purkinje's Beobachtungen und Versuchen zur Physiologie der Sinne, einem Buche, das manche richtige Beobachtungen, aber eben so viele unrichtige Deutungen des Gesehenen enthält, ist als Folge der Hinausrückung einer weissen Kreisfläche auf schwarzem Grunde über die Gränzen des deutlichen Sehens angegeben, dafs sie aus einander trete und sich vervielfältige. Hier ist für etwas Allgemeines angenommen,

44. Wenn bei schwächerer Beleuchtung die Pupille bis zu der Gränze, auf welcher das Maximum von X eintritt, und bei stärkerer unterhalb diesem Punct ausgedehnt ist, so muß, wie aus den Rechnungen des 35ten § folgt, für einerlei Entfernung P des Objects das Bild desselben auf der Netzhaut im ersten Fall größer als im letztern seyn. In der That kommen uns auch in der Dämmerung die sichtbaren Dinge größer als beim hellen Mittagslichte vor. Hierin, und nicht wie man glaubt bloß darin, daß man sich über die Entfernung täuscht, liegt auch wohl der eigentliche Grund, daß uns die Sonne und der Mond während und gleich nach ihrem Aufgange größer zu seyn scheinen, als dann, wenn sie dem Zenith näher sind. Sehen wir sie am Zenith, mit vollem Lichte strahlend, so erblicken wir sie durch eine weit engere Pupille als bei ihrem Aufgange, wobei ihr noch schwaches Licht nur erst eine geringe Zusammenziehung der Pupille hervorbringt. Ungeachtet aber die Gegenstände bei der Erweiterung der Pupille von schwächerer Erleuchtung uns größer erscheinen als bei der Verengerung der Pupille von stärkerem Lichte, so halten wir sie doch im erstern Fall für entfernter als im letztern, weil sie schwach erhellet sich uns mit schwächern Umrissen als bei voller Beleuchtung darstellen, und unser Urtheil über die Entfernung der Gegenstände vorzüglich durch die Schärfe der Umrisse bestimmt wird. Wenn in völliger Dunkelheit ein einzelner leuchtender Punct

was sich nur bei einem unregelmäßigen Bau der Hornhaut ereignet hat und ereignen kann. Aehnliche Erfahrungen und Schlüsse findet man in dem obigen Werke noch mehrere andere.

gesehen wird, der mit sehr intensivem Lichte strahlt, so bringt wahrscheinlich der gleichzeitige, entgegengesetzte Einfluss der Finsternis und des Lichts wellenförmige oder zitternde Bewegungen im Rand der Pupille hervor, wovon die Folge seyn muß, daß der Umriss des Bildes auf der Netzhaut sich immerfort verändert. Vielleicht rührt hiervon das Funkeln des Lichts der Sterne her.

45. Den Veränderungen der Pupille, die von der Entfernung der Gegenstände abhängen, entsprechen so genau und so beständig Veränderungen des Winkels, den die Axen der Augen mit einander machen, indem sie convergirend auf den Gegenstand gerichtet werden, daß beide von einerlei Ursache abhängen müssen. Diese ist in der That auch der gemeinschaftliche Ursprung der Ciliarnerven und der Nerven derjenigen Augenmuskeln, die bei der Richtung der Augenaxen thätig sind, vom dritten Paar der Hirnnerven. Es verbreiten sich aber auch Zweige desselben Paares im Aufzieher des obern Augenlids. Deswegen ist die Richtung der Augenaxen nicht die nemliche bei geschlossenen als bei offenen Augen, und darum erweitert sich die Pupille des einen Auges immer etwas, wenn wir das andere schließen. Der Einfluss hiervon auf das Sehen mit Einem Auge kann verschieden nach der Verschiedenheit der Weite seyn, welche die Pupille vor Schließung des andern Auges hatte. Betrug diese z. B. für die Entfernung $P = 100$ Linien soviel, daß der Winkel $\Psi = 40$ Minuten war, so kann der letztere durch die Schließung bis auf 50 Minuten vergrößert werden, ohne daß das offene Auge die Gegenstände anders sieht, als

es sie bei dem vorigen Durchmesser der Pupille sehen würde. War diese aber vorher durch eine stärkere Beleuchtung so verengert, daß Ψ weniger als 40 Minuten enthielt, so muß für das offene Auge die Entfernung P über 100 Linien vermehrt werden, wenn das Object nach der Schließung des andern Auges sich nicht merklich undeutlicher als vorher darstellen soll. Eben so scharf wie gemeinschaftlich mit dem andern Auge sieht freilich niemals das eine Auge allein. Der Grund hiervon hat aber nichts mit der Strahlenbrechung und der Weite der Pupille gemein. Nach unserer Theorie wird übrigens das Vermögen, unter verschiedenen Umständen mehr oder weniger deutlich zu sehen, durch die individuelle Structur des Auges so sehr modificirt, daß sich aus den Erfahrungen, die Einzelne an ihren, so oder so gebaueten Augen machten, keine allgemeine Schlüsse ziehen lassen*).

*) Ich kann daher in zwei Gründen, die der sonst von mir sehr hoch geachtete Dugès gegen die Meinung von der Wichtigkeit einer angemessenen Thätigkeit der Iris beim Sehen vorgebracht hat, mit J. Müller (Archiv für Anatomie u. s. w. 1835. H. 1. S. 144) weder etwas Sinniges noch etwas Beweisendes finden. Der eine ist: Daß man ein Object mit dem einen Auge nach Schließung des andern eben so deutlich wie mit beiden sieht, obgleich im erstern Fall die Pupille immer weiter als im letztern ist. Dieser Einwurf beantwortet sich aus dem Obigen. Der zweite ist: In einem schwach erleuchteten Medium erweitere sich die Pupille, und doch müsse man darin die Gegenstände dem Auge näher als bei hellem Lichte bringen, um sie deutlich zu erkennen. Freilich müssen das manche Menschen, doch nur, weil der Gegenstand immer noch einen schärfern Eindruck auf ihre Netzhaut macht, wenn viele Strahlen von ihm auf dieses Organ fallen und seine Umrisse sich auch unbestimmt darstellen, als wenn die letztern schärfer und der erstern nur wenige sind. Aber nicht alle Augen, und zu diesen gehören mit die meinigen, sehen auch bei schwächerem Lichte die Gegenstände innerhalb der sonstigen Gränzen des deutlichen Sehens so gut als in der gewöhnlichen Entfernung.

46. Myopie und Presbyopie leitet man gewöhnlich bloß von dem Grade der Convexität der brechenden Flächen des Auges ab. Sie haben aber gewiß auch mit einem Grund in dem größern oder geringern Grade des Vermögens, die Axen beider Augen der Entfernung des Gegenstandes gemäß zur vollkommenen Convergenz zu bringen, und die Weite der Pupille derselben genau anzupassen. Dieses Vermögen nimmt ohne Zweifel für nahe Gegenstände mit dem Alter ab, und darin liegt wohl die eigentliche Ursache, warum Greise mit zunehmenden Jahren die Gegenstände immer weiter von den Augen wegrücken müssen, um sie deutlich zu erkennen. In der Regel wird dabei zugleich die Sehe- kraft immer schwächer, so daß das entferntere Object sich dem Auge nicht mehr so scharf als in frühern Zeiten das nähere darstellt. Die ursprüngliche Myopie und Presbyopie ist aber auch nicht immer bloß Folge von der Figur der brechenden Flächen des Auges, sondern steht ebenfalls in einem ursachlichen Verhältniß mit dem Bau des ganzen Auges, besonders mit der Entfernung der Netzhaut von der hintern Fläche der Linse und der Beweglichkeit der Iris. Weder die eine noch die andere ist stets auf gleiche Weise modificirt. Es kann Fernsichtigkeit in Beziehung auf den Punct des deutlichsten Sehens mit Kurzsichtigkeit für entferntere Puncte verbunden seyn. Dagegen giebt es auch Augen, für welche jener Punct sehr nahe liegt, und die doch weit in die Ferne reichen. Diese sehen aber darum jenen Punct nicht immer so scharf wie manche andere Augen. Die Ursachen dieser mannichfaltigen Abänderungen lassen sich aus unserer Theorie

leicht im Allgemeinen bestimmen, sind indeß für individuelle Fälle oft schwer nachzuweisen*).

47. Wenn man einen kleinen Gegenstand, z. B. ein kleines Insect, mit angestrenzter Aufmerksamkeit und unverwandtem Blick anhaltend betrachtet, so verschwindet nach und nach aus dem Gesichtskreise alles Uebrige, was ausserhalb der Seheaxe liegt; es bleibt blos der Punct, worauf diese gerichtet ist, in der Empfindung und Vorstellung, und derselbe wird immer bestimmter wahrgenommen, bis endlich das Auge ermattet. Diese Thatsache ist daraus erklärbar, daß sich unter den angegebenen Umständen die Sehekraft der ganzen Retina in dem Punct, worin die letztere von der Seheaxe getroffen wird, immer mehr concentrirt, und zugleich die Weite der Pupille sich der Entfernung des, in der Seheaxe befindlichen Puncts immer genauer anpaßt. Mit dieser einfachen Erklärung, die ich schon vor zwölf Jahren im 6ten Bande der Biologie (S. 521) gab, will man sich aber nicht begnügen. Man sagt: Ein Object, das in der Seheaxe dicht neben einem andern, haarfeinen Gegenstand, der dasselbe nicht bedecken kann, aber in einer größern oder geringern Entfernung vom Auge als dieser angebracht ist, werde doch auch undeutlich gesehen, wenn man den letztern scharf betrachtet,

*) In den Philosophical Transactions (Vol. 3, p. 41, n. 16 der Lowthorpschen Abkürzung) ist ein Fall von einem sechszigjährigen Manne erzählt, der weder mit bloßen Augen noch mit Brillen einen Gegenstand deutlich sahe. Er verfertigte sich kegelförmige Röhren von verschiedener Länge und Weite nach der verschiedenen Entfernung der Objecte und konnte dadurch Alles sehr deutlich sehen. Ich weiß nicht, wie viel Zutrauen diese Erzählung verdient. Ich glaube aber, daß sie wahr seyn kann, wenn sie es auch nicht ist.

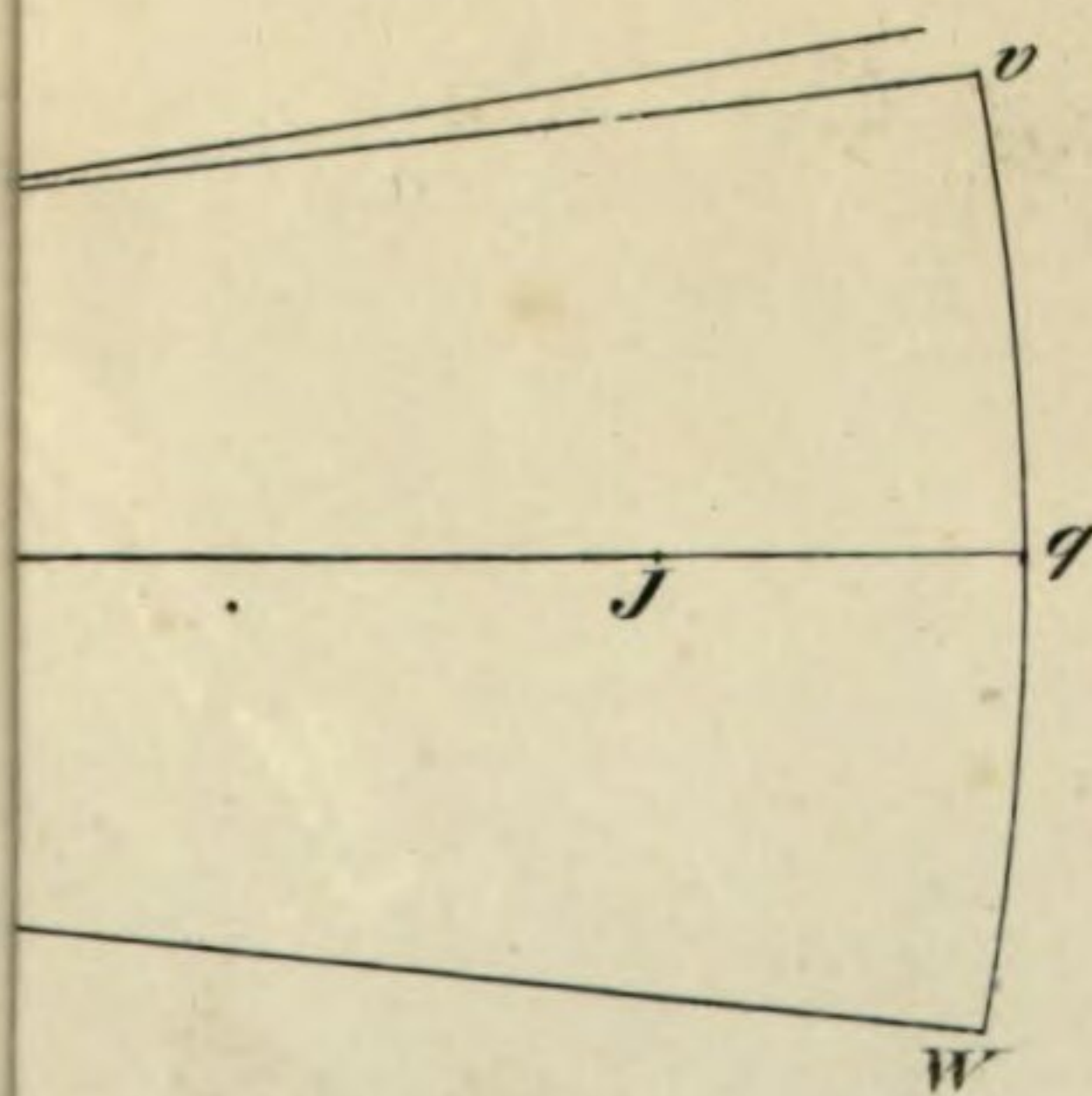
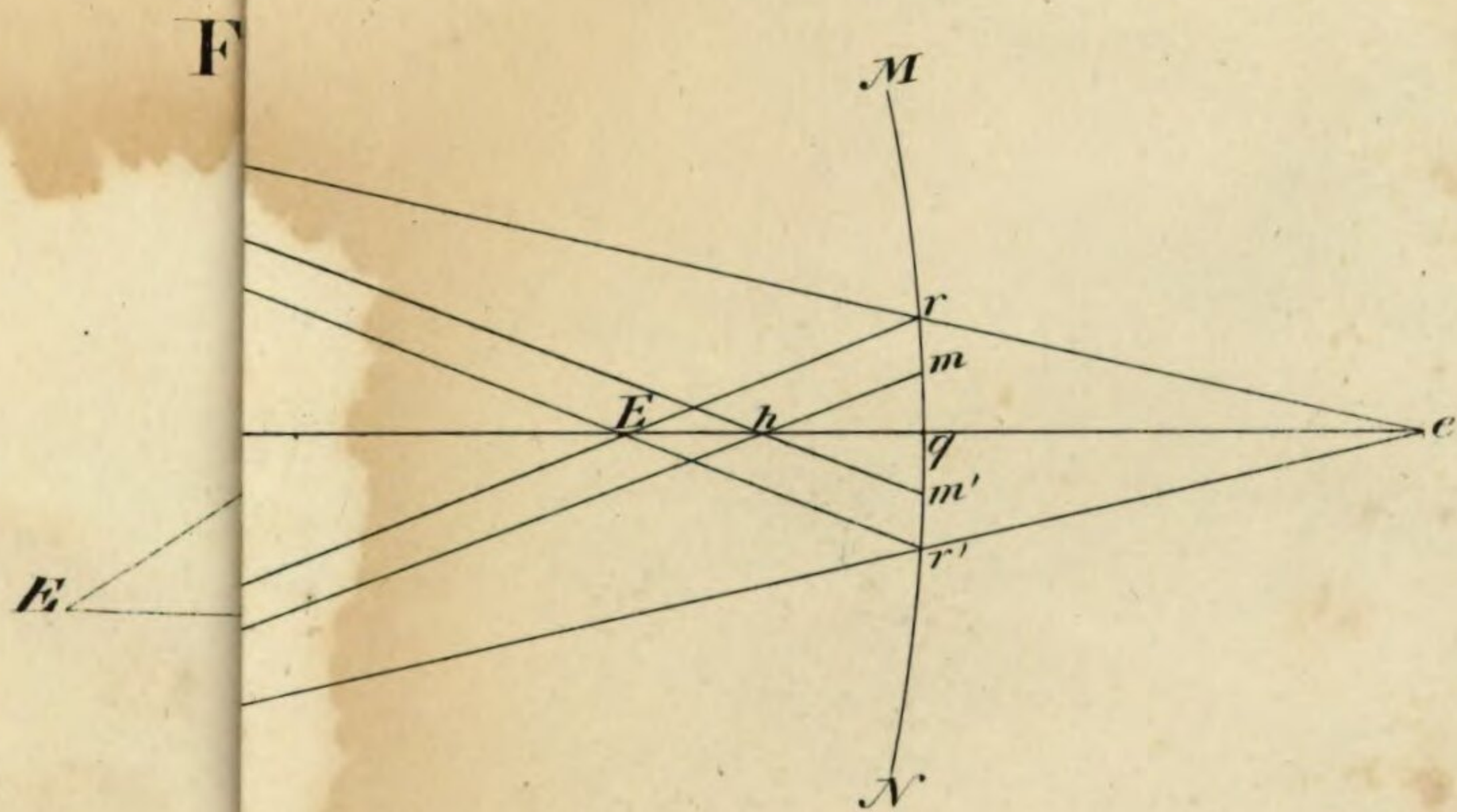
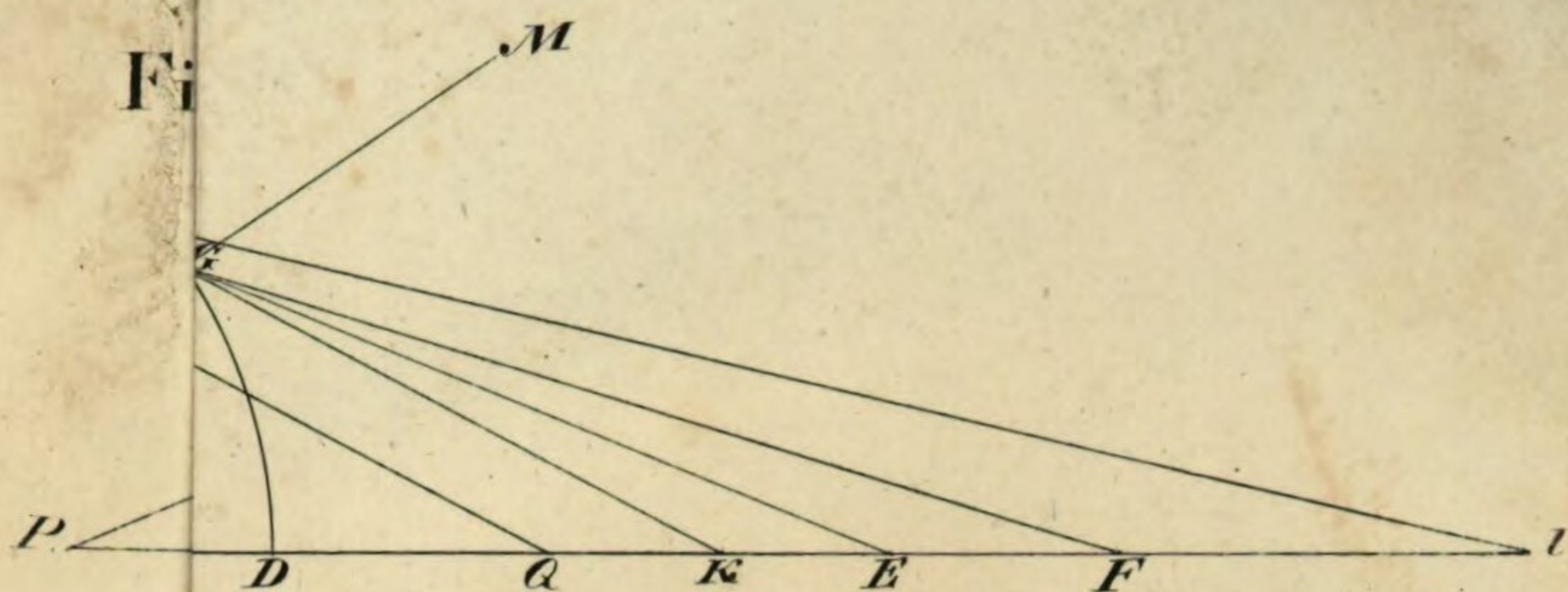
und daß dies geschieht, lasse sich nicht anders als aus einer Einrichtung entweder der brechenden Flächen des Auges, oder des Hintergrundes desselben nach der Entfernung des Gegenstandes erklären*). Dieser Einwurf hat für mich gar keinen Sinn, oder nur den, daß die Kraft der ganzen Netzhaut sich nicht in einem einzigen Punct concentriren könne. Aber zieht sie sich nicht in der Exstase und im Schlafwandel von der ganzen Retina ab und nach andern Centraltheilen des Nervensystems hin? Warum sollte sie sich denn nicht auch unter gewissen Umständen nach einem einzigen Punct dieses Organs von den übrigen hinwenden? Eine genaue Vergleichung der Deutlichkeit des Puncts, der sich in der Augenaxe befindet, mit der des andern, neben ihm liegenden, nähern oder entfernen, ist bei dem obigen Versuch gar nicht möglich, weil man den letztern Punct nur dunkel empfindet, während der erstere vorgestellt wird. Man täuscht sich sehr, wenn man glaubt, das Auge lasse sich, wie man sich ausdrückt, für eine gewisse Entfernung einrichten, und doch könne man zugleich ein Object in einem andern Abstand auf eine solche Art sehen, daß sich der Eindruck der Gegenstände auf das Auge bestimmen liesse. Dabei findet immer ein Hin- und Herschwanken der Augenaxen zwischen beiden Objecten statt, wodurch eine genaue Beobachtung sowohl des einen als des andern unmöglich gemacht wird.

*) Arnold's anat. und physiol. Untersuchungen über das Auge des Menschen. S. 39.

Druckfehler.

- S. 10. Z. 17 von oben. Statt W E lese man w E.
- S. 17. In der 2ten und 3ten Zeile von unten ist die Klammer nach m zu durchstreichen und in Z. 3 von unten nach v zu setzen.
- S. 20. Z. 17 von oben. St. sin. vers. γ l. m. cosin. vers. γ .
- S. 24. In der zweiten Zeile der zweiten Formel für X dieser Seite ist vor $\left\{ 1 - \frac{p^2 \sin. \varphi^2}{a^2} \right\}$ das Wurzelzeichen ($\sqrt{}$) ausgelassen.
- S. 27. Z 4 von oben. St. d y l. m. d γ .
- S. 52 u. 53 ist in den Gleichungen II, III, IV für P statt des Zeichens der Zolle (") das der Linien (") zu setzen.
-

Blackford



1102

R. Buchner

Buchbinderel

84098 Hohenp

Treviranus, Gottfried R. / Tiedemann, Friedrich, / Treviranus, Ludolf
Christian,

Beiträge zur Aufklärung der Erscheinungen und Gesetze des organischen
Lebens

Bd.: 1,1

Bremen 1835

Anat. 427 n-1,1

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10369584-5